

1ª QUESTÃO

VALOR: 1,0

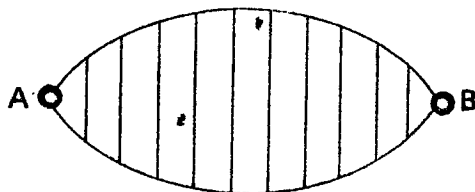
Calcule o determinante da matriz  $n \times n$  que possui zeros na diagonal principal e todos os outros elementos iguais a 1.

2ª QUESTÃO

VALOR: 1,0

Ligando as cidades A e B existem duas estradas principais. Dez estradas secundárias de mão-dupla, ligam as duas estradas principais como mostra a figura. Quantos caminhos, sem auto-interseções, existem de A até B.

Obs.: Caminho sem auto-interseções é um caminho que não passa por um ponto duas ou mais vezes.



3ª QUESTÃO

VALOR: 1,0

Considere a família de retas representadas pela equação

$$y = mx - \frac{p(1 + m^2)}{2m}$$

onde  $p$  é uma constante positiva dada e  $m$  um número real variável.

- Determine a condição para que num ponto  $M = (x_0, y_0)$  do plano cartesiano, passem duas retas dessa família.
- Determine o lugar geométrico dos pontos  $M$  para os quais as retas que por eles passem sejam perpendiculares.

4ª QUESTÃO

VALOR: 1,0

Considere as seguintes funções:

$$f(x) = a^x \quad \text{onde } a > 1$$

$$g(x) = \sqrt{2px} \quad \text{onde } p > 0$$

Mostre que uma condição necessária e suficiente para que seus gráficos se tangenciam é

$$a = e^{-\frac{p}{e}}$$

Neste caso, determine, em função de  $p$ , a equação da tangente comum.

5ª QUESTÃO

1º ANO - CIVIS - 89/90  
ÁLGEBRA, ANÁLISE E GEO. AN.

VALOR: 1,0

(2)

Na elipse de excentricidade  $1/2$ , foco na origem e reta diretriz dada por  $3x + 4y = 25$ , determine:

- os vértices da elipse;
- o outro foco;
- a equação da outra reta diretriz.

6ª QUESTÃO

VALOR: 1,0

Considere a função  $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} (x^n + \frac{1}{x^n})^{1/n}$  definida em  $0 < x < \infty$ . Calcule o valor da  $f$  em cada ponto e esboce seu gráfico.

7ª QUESTÃO

VALOR: 1,0

Resolva a equação

$$z^5 = \bar{z}$$

onde  $\bar{z}$  é o conjugado do número complexo  $z$ .

8ª QUESTÃO

VALOR: 1,0

Seja  $f$  uma função definida nos inteiros positivos satisfazendo:

$$f(1) = 1$$

$$f(2n) = 2 \cdot f(n) + 1$$

$$f(f(n)) = 4n + 3$$

Calcule  $f(1990)$ .

9ª QUESTÃO

VALOR: 1,0

Imebol é um jogo de três jogadores. Em cada partida o vencedor marca  $a$  pontos, o segundo colocado marca  $b$  pontos e o terceiro colocado marca  $c$  pontos, onde  $a > b > c$  são inteiros positivos. Certo dia Marcos, Flávio e Ralph resolveram jogar imebol, e após algumas partidas a soma dos pontos era:

Marcos — 20

Flávio — 10

Ralph — 9.

Sabe-se que Flávio venceu a segunda partida. Encontre quantos pontos cada um marcou em cada partida disputada.

10ª QUESTÃO

Para que valores de  $p$  a equação  $x^4 + px + 3 = 0$  tem raiz dupla? Determine, em cada caso, as raízes da equação.