1a. QUESTÃO VALOR: 1,0

A soma dos 50 primeiros têrmos de uma Progressão Aritmética é igual a 200 e a soma dos 50 seguintes é igual a 2700.

Calcule a razão da progressão e o seu primeiro têrmo.

SOLUÇÃO

$$S_{1,50} = \frac{a_1 + a_{50}}{2} \times 50 = 25(a_1 + a_{50}) = 200 \Rightarrow a_1 + a_{50} = 8 \ldots \quad (1)$$

$$S_{51,100} = \frac{a_{51} + a_{100}}{2} \times 50 = 25(a_{100} + a_{51}) = 2700 \rightarrow a_{51} + a_{100} = 108 \ldots \quad (2)$$

Mas, $a_{50} = a_1 + 49r$, e $a_{51} = a_1 + 50r$, e $a_{100} = a_1 + 99r$

Levando os valores de a_{50}, a_{51} e a_{100}, acima, a(1) e (2), resulta :

$$a_1 + a_1 + 49r = 8$$

$$- \quad a_1 + a_1 + 149r = 108$$

$$100r = 100 \Rightarrow r = 1$$

$$a_1 = \frac{8 - 49r}{2} \Rightarrow a_1 = \frac{8 - 49}{2} = -\frac{41}{2} = -20,5$$

RESPOSTA :

$r = 1$; $a_1 = -20,5$

2a. QUESTÃO VALOR: 1,0

Considere a família de curvas C, definida pela equação :

$$y = x^2 - 2(m - 5)x + m + 1$$

ITEM A - (0,5 pontos)

Sabendo que a curva intercepta o eixo x' x em dois pontos, determine os valores que m pode assumir.

ITEM B - (0,5 pontos)

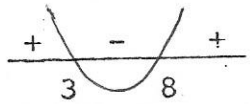
Determine a equação do LUGAR GEOMÉTRICO dos vértices das curvas da família C, apresentando um esboço deste LUGAR GEOMÉTRICO.

SOLUÇÃO

ITEM A : $\Delta > 0 \rightarrow 4(m-5)^2 - 4(m+1) > 0 \rightarrow m^2 - 11m + 24 > 0$

Sinal do Trinômio : positivo para valores extra raízes. Logo :

$m^2 - 11m + 24 = 0 \begin{cases} m_1 = 8 \\ m_2 = 3 \end{cases}$



$m \in (-\infty, +3) \cup (+8, +\infty)$

ITEM B : $Y' = 2x - 2(m-5) = 0 \rightarrow x_V = m-5$ (1)

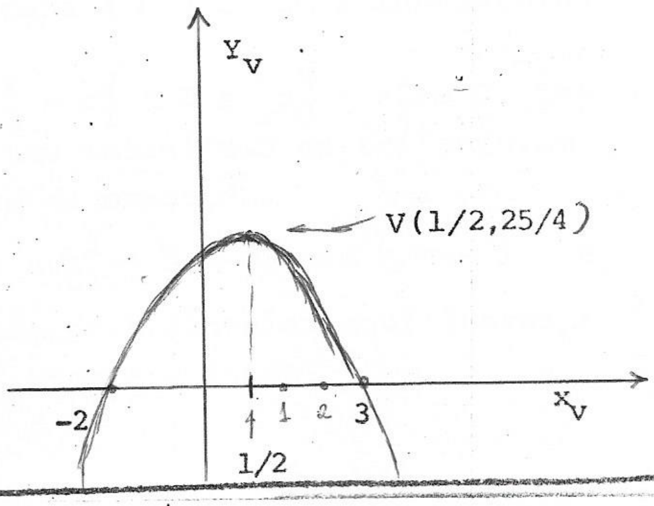
$Y_V = (m-5)^2 - 2(m-5)^2 + m + 1 \rightarrow Y_V = -m^2 + 11m - 24$ ... (2)

Tirando o valor de m em (1) e levando a (2), resulta:

$Y_V = -x_V^2 + x_V + 6$ raizes $\begin{cases} x' = -2 \\ x'' = 3 \end{cases}$

Trata-se de PARÁBOLA com vértice V(1/2, 25/4) e concaridade para baixo.

X_V	Y_V
$-\infty$	$-\infty$
-2	0
$1/2$	$25/4$
3	0
$+\infty$	$-\infty$



(Continuação da solução da 2a. Questão).

RESPOSTA : ITEM A : $m \in (-\infty, -3) \cup (+8, +\infty)$

ITEM B : Parábola de vértice V, esboço folha anterior.

3a. QUESTÃO VALOR: 1,0

Considere o conjunto dos números reais R e o conjunto dos números complexos C.

Sabendo-se que $a \in R$, $b \in R$, $z_1 \in C$, $z_2 \in C$ e que $z_1^2 + az_1^2 + b = 0$, e $z_2^2 + az_2^2 + b = 0$, determine a relação $r = \dfrac{a^2}{b}$ para que os pontos z_1; z_2 e z_0 (0,0) do plano complexo formem um triângulo equilátero, esboçando as soluções no plano complexo.

Observações : z_0 (0,0) é a origem, no plano complexo.

O símbolo "$\in$" significa "pertence".

SOLUÇÃO

$$z_1^2 (1+a) = -b \therefore z_1^2 = -\frac{b}{1+a} \quad ; \quad z_2^2 (1+a) = -b \therefore z_2^2 = -\frac{b}{1+a}$$

(i) Se $-\dfrac{b}{1+a} > 0$ z_0, z_1 e z_2 estão sobre o eixo dos reais x'x não sendo possível a formação de triângulo.

(ii) Se $-\dfrac{b}{1+a} < 0$ z_0, z_1 e z_2 estão sobre eixo y'y, não sendo possível a formação de triângulo.

(iii) Se $b = 0$ e $a \neq -1 \rightarrow z_1^2 (1+a) = 0$ e $z_2^2 (1+a) = 0$, sendo $z_0 = z_1 = z_2$. Esta situação é a de um triângulo de lados nulos, com r não definido para $a \neq 0$ e com r indeterminado para $a = 0$.

(iv) Se $b = 0$ e $a = -1 \rightarrow z_1^2 - z_1^2 = 0$ e $z_2^2 - z_2^2 = 0$. Esta situação corresponde a uma infinidade de triângulos equiláteros, que satisfazem as condições $z_1^2 + a\, z_1^2 + b = 0$ e $z_2^2 + a\, z_1^2 + b = 0$, com $a = -1$ e $b = 0$. Para esta infinidadde de triângulos equiláteros, r é não definido, pois $\dfrac{a^2}{b}$ teria a forma $\dfrac{1}{0}$.

Continuação da solução da 3a. Questão.

Na verdade, $z_{1,2} = \pm\sqrt{\dfrac{-b}{1+a}}$ → raízes simétricas em relação a (0,0)

Assim, z_0, z_1 e z_2 estão alinhados, não sendo possível formar triângulos equiláteros

Obs: Os triângulos equiláteros aludidos no item (iv) são dedutíveis uns dos outros por rotações e homotetias de centro z_0.

RESPOSTA: r não definido, para o item (iv) e para o item (iii) da solução, quando $a \neq 0$.

r indeterminado para o item (iii), quando $a = 0$.

4a. QUESTÃO VALOR: 1,0

Dado o polinômio $2x^4 + x^3 + px^2 + qx + 2$, determine p e q de modo que ele seja divisível por $(x-1)^2$.

SOLUÇÃO

$P(x) = 2x^4 + x^3 + px^2 + qx + 2 = (Ax^2 + Bx + C) \cdot (x-1)^2$

$p'(x) = (2A + B)(x-1)^2 + 2(Ax^2 + Bx + C)(x - 1) = 8x^3 + 3x^2 + 2px + q$

logo, $P(1) = P'(1) = 0$.

$P(1) = 0 \longrightarrow p + q + 5 = 0$

$P'(1) = 0 \longrightarrow 2p + q + 11 = 0$

$p = -6$ e $q = 1$

RESPOSTA:

$p = -6$

$q = +1$

5a. QUESTÃO VALOR: 1,0

Dada a equação :

$$\sum_{n=2}^{\infty} a^{(1-n)y^3} = b$$

onde a é um número real maior que 1, calcule todos os valores reais ou complexos de y que satisfazem a essa equação, sabendo - se que a^4 é média geométrica entre $(1+b)$ e $\left(\frac{1}{b}\right)$.

SOLUÇÃO

com $x = y^3$, resulta $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} a^{(1-n)x} = b \Rightarrow a^x \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{a^{nx}} = b$

$$\rightarrow a^x\left(\frac{1}{a^{2x}} + \frac{1}{a^{3x}} + \dots\right) = a^x \frac{\frac{1}{a^{2x}}}{1 - \frac{1}{a^x}} = \frac{1}{a^x - 1} = b$$

Continuação da solução da 5a. Questão.

$$\frac{1}{a^x - 1} = b$$

Mas, $a^4 = \sqrt{\dfrac{1+b}{b}} \Rightarrow ba^8 = 1 + b \Rightarrow b = \dfrac{1}{a^8 - 1}$

$$\Rightarrow \frac{1}{a^x - 1} = \frac{1}{a^8 - 1} \rightarrow x = 8$$

$$y^3 = 8 \rightarrow y^3 = 2^3 \rightarrow y = 2e^{i\frac{360k}{3}} = 2e^{i(120k)}$$

e $y = \begin{cases} 2 \\ -1 + i\sqrt{3} \\ -1 - i\sqrt{3} \end{cases}$

$K=0 \rightarrow y = 2(\cos 0 + i \operatorname{sen} 0) = 2$
$K=1 \rightarrow y = 2(\cos 120 + i \operatorname{sen} 120) = 2\left(-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$
$K=2 \rightarrow y = 2(\cos 240 + i \operatorname{sen} 240) = 2\left(-\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

RESPOSTA :

$$y_1 = 2;\ y_2 = -1 + i\sqrt{3};\ y_3 = -1 - i\sqrt{3}$$

6a. QUESTÃO VALOR: 1,0

ITEM A: (0,5)

Dada a equação :

$$x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$$

determine a relação entre os seus coeficientes para que a soma de duas raízes seja igual à soma das outras duas.

SOLUÇÃO

$$x_1 + x_2 = x_3 + x_4 = -\frac{a}{2} \quad \ldots\ (1)$$

$$x_1x_2 + x_1x_3 + x_1x_4 + x_2x_3 + x_2x_4 + x_3x_4 = b \quad \ldots\ (2)$$

$$x_1x_2x_3 + x_1x_2x_4 + x_1x_3x_4 + x_2x_3x_4 = -C \quad \ldots\ (3)$$

$$x_1x_2x_3x_4 = d \quad \ldots\ (4)$$

Continuação da solução da 6a. Questão. (Item A)

(2) $x_1x_2 + x_3x_4 + x_1 (x_3 + x_4) + x_2 (x_3 + x_4) = b$

$x_1x_2 + x_3x_4 + (x_1+x_2) (x_3 + x_4) = b$ ... (5)

(1) em (5) .. $x_1x_2 + x_3x_4 = b - \frac{a^2}{4}$ ... (6)

(3) $x_1x_2 (x_3 + x_4) + x_3x_4 (x_1 + x_2) = - c$

$-\frac{a}{2} x_1x_2 - \frac{a}{2} x_3x_4 = - c \rightarrow x_1x_2 + x_3x_4 = \frac{2c}{a}$ ...(7)

Comparando (6) e (7) $b - \frac{a^2}{4} = \frac{2c}{a} \rightarrow a^3 - 4ab + 8c = 0$

RESPOSTA :

$$a^3 - 4ab + 8c = 0$$

ITEM B: (0,5)

Resolva a equação :

$$x^4 + 6x^3 + 13x^2 + 12x - 5 = 0$$

Sabendo-se que a soma de duas das suas raízes iguala a soma das outras duas.

SOLUÇÃO

Verifica-se que $6^3 - 4 \times 6 \times 13 + 8 \times 12 = 0$.

Então, ou se forma o sistema de 4 equações relacionando-se as raizes com os coeficientes, resolve-se :

$x_1x_2 + x_3x_4 = 13 - \frac{36}{4} = 4$ ... (de 6)

$(x_1x_2)(x_3x_4) = - 5$ ... (de 4)

Fazendo $\lambda_1 = x_1x_2$, e , $\lambda_2 = x_3x_4$

(Continuação da solução da 6a. Questão)

Logo $\begin{matrix} x_1x_2 = 5 \\ x_3x_4 = -1 \end{matrix}$, ou, $\begin{matrix} x_1x_2 = -1 \\ x_3x_4 = 5 \end{matrix}$. Em virtude da Sime-

tria,

tomando $\begin{matrix} x_1x_2 = 5 \\ x_3x_4 = -1 \end{matrix} \Longrightarrow \begin{matrix} x_1+x_2 = -3 \\ x_1\ x_2 = 5 \end{matrix}$, e, $\begin{matrix} x_3+x_4 = -3 \\ x_3\ x_4 = 1 \end{matrix}$

$$z^2+3z+5 = 0 \qquad w^2+3w-1 = 0$$

$$z = \frac{-3 \pm \sqrt{-11}}{2} = x_{1,2}$$

$$w = \frac{-3 \pm \sqrt{13}}{2} = x_{3,4}$$

RESPOSTA :

$$x_{1,2} = -\frac{3}{2} \pm i\ \frac{\sqrt{11}}{2}$$

$$x_{3,4} = -\frac{3}{2} \pm \frac{\sqrt{13}}{2}$$

7a. QUESTÃO — VALOR: 1,0

São dados os conjuntos $E = \{a, b, c, d\}$ e $F \subset E$, tal que $F = \{a, b\}$.

Denote por $P(E)$ o conjunto das partes de E e considere, em $P(E)$, a RELAÇÃO R, tal que

$$X \ R \ Y \Leftrightarrow F \cap X = F \cap Y$$

ITEM A - (0,4 pontos)

Verifique se R é uma RELAÇÃO DE EQUIVALÊNCIA;

ITEM B - (0,3 pontos) $Z \subset P(E)$. Determine Z, sabendo-se que $Z \cap F = \{b\}$.

ITEM C (0,3 pontos)

$W \subset P(E)$.

Determine W, sabendo-se que $F \cap W = \phi$

Observações: P(E) tem 16 elementos.

$\Leftrightarrow$ significa "se e somente se"

SOLUÇÃO

ITEM A : XRX , porque $F \cap X = F \cap X$, logo R é reflexiva

$XRY \Leftrightarrow F \cap X = F \cap Y$ ... (1)

$YRX \Leftrightarrow F \cap Y = F \cap X$ ... (2)

$XRY \Leftrightarrow YRX$, porque (1) = (2), logo R é SIMÉTRICA

$XRY \Leftrightarrow F \cap X = F \cap Y$ ... (3)

$YRZ \Leftrightarrow F \cap Y = F \cap Z$ ... (4)

(XRY) e (YRZ) $\Leftrightarrow$ XRZ, por (3) e (4), logo R é TRANSITIVA

ITEM B : $Z \subset P(E) \rightarrow$ Z é um conjunto de Partes de E. Não existe Z tal que $Z \cap F = \{b\}$

ITEM C : $W \subset P(E) \rightarrow$ W é um conjunto de partes de E.

Logo qualquer $W \subset P(E)$ satisfaz a

$$F \cap W = \emptyset$$

RESPOSTA : ITEM B : Não existe Z tal que $Z \cap F = \{b\}$; $Z \subset P(E)$

Z não pode ser $\{b\}$, $\{a,b\}$

Z é subconjunto, não é elemento

Z pode ser $\{\{b\}\}$, $\{\{a,b\}\}$

Idem para W

RESPOSTA : ITEM C : Qualquer W satisfaz a $F \cap W = \emptyset$; $W \subset P(E)$

$P(E) = \{\phi, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{d\}, \{a,b\}, \{a,c\}, \{a,d\}, \{b,c\}, \{b,d\}, \{c,d\}, \{a,b,c\}, \{a,b,d\}, \{a,c,d\}, \{b,c,d\}, \{a,b,c,d\}\}$

8a. QUESTÃO VALOR: 1,0

Considere a função $y = \frac{x(x+1)}{x^2+1}$

Determine os pontos de máximo, de mínimo, de inflexão, as suas assíntotas e verifique se os pontos de inflexão pertencem a uma mesma reta, apresentando, em caso afirmativo, a equação desta reta. Faça um esboço da função, indicando os pontos e retas acima aludidos.

SOLUÇÃO

$$Y' = \frac{-x^2 + 2x + 1}{(x^2+1)^2} \quad ; \quad Y'' = \frac{2(x^3 - 3x^2 - 3x + 1)}{(x^2+1)^3}$$

$$Y' = 0 \rightarrow x_{1,2} = 1 \pm \sqrt{2}$$

$$Y_1 = Y(1+\sqrt{2}) = \frac{1+\sqrt{2}}{2} \quad ; \quad Y_2 = Y(1-\sqrt{2}) = \frac{1-\sqrt{2}}{2}$$

$y''(1+\sqrt{2}) < 0 \rightarrow P_1\left(1+\sqrt{2}, \frac{1+\sqrt{2}}{2}\right)$ é Ponto de MÁXIMO

$Y''(1-\sqrt{2}) > 0 \rightarrow P_2\left(1-\sqrt{2}, \frac{1-\sqrt{2}}{2}\right)$ é Ponto de MÍNIMO

$$Y'' = 0 \rightarrow x^3 - 3x^2 - 3x + 1 = 0$$

$$(x+1)\left(x-(2+\sqrt{3})\right)\left(x-(2-\sqrt{3})\right) = 0$$

$x_{i1} = -1 \therefore Y_{i1} = 0 \therefore P_{i1}(-1,0)$ é Pt de Inflexão

$x_{i2} = 2+\sqrt{3} \therefore Y_{i2} = \frac{3+\sqrt{3}}{4} \therefore P_{i2}\left(2+\sqrt{3}, \frac{3+\sqrt{3}}{4}\right)$ é Pt de Inflexão

$x_{i3} = 2-\sqrt{3} \therefore Y_{i3} = \frac{3-\sqrt{3}}{4} \therefore P_{i3}\left(2-\sqrt{3}, \frac{3-\sqrt{3}}{4}\right)$ é Pt de Inflexão

$y = \frac{u}{v} \rightarrow y' = \frac{u'v - uv'}{v^2} \rightarrow u = x^2+x \rightarrow u' = 2x+1$, $v = x^2+1 \rightarrow v' = 2x \rightarrow y' = \frac{(2x+1)(x^2+1) - (x^2+x)2x}{(x^2+1)^2} = \frac{\cancel{2x^3}+2x+x^2+1-2x^3-2x^2}{(x^2+1)^2} =$

$y' = \frac{-x^2+2x+1}{(x^2+1)^2}$ // $\therefore y'' = \frac{(-2x+2)(x^2+1)^2 - (-x^2+2x+1)\cdot 2(x^2+1)\cdot 2x}{(x^2+1)^4} = \frac{(-2x+2)(x^2+1) - 4x(-x^2+2x+1)}{(x^2+1)^3} =$

$= \frac{-2x^3-2x+2x^2+2+4x^3-8x^2-4x}{(x^2+1)^3} = \frac{2x^3-6x^2-6x+2}{(x^2+1)^3} = \frac{2(x^3-3x^2-3x+1)}{(x^2+1)^3} = \frac{2(x+1)(x^2-4x+1)}{(x^2+1)^3}$

(Continuação da solução da 8a. Questão)

ASSÍNTOTAS

$$\lim_{x\to\infty} y = \lim_{x\to\infty} \frac{x^2}{x^2+1} + \lim_{x\to\infty} \frac{x}{x^2+1} = 1+0 = 1$$

$$\lim_{x\to\infty} y = 1$$

logo há 1 assíntota horizontal, de equação $y = 1$

Não há assíntotas verticais porque $x^2+1 > 0$ (denominador sem raízes reais)

RETA DOS PONTOS DE INFLEXÃO

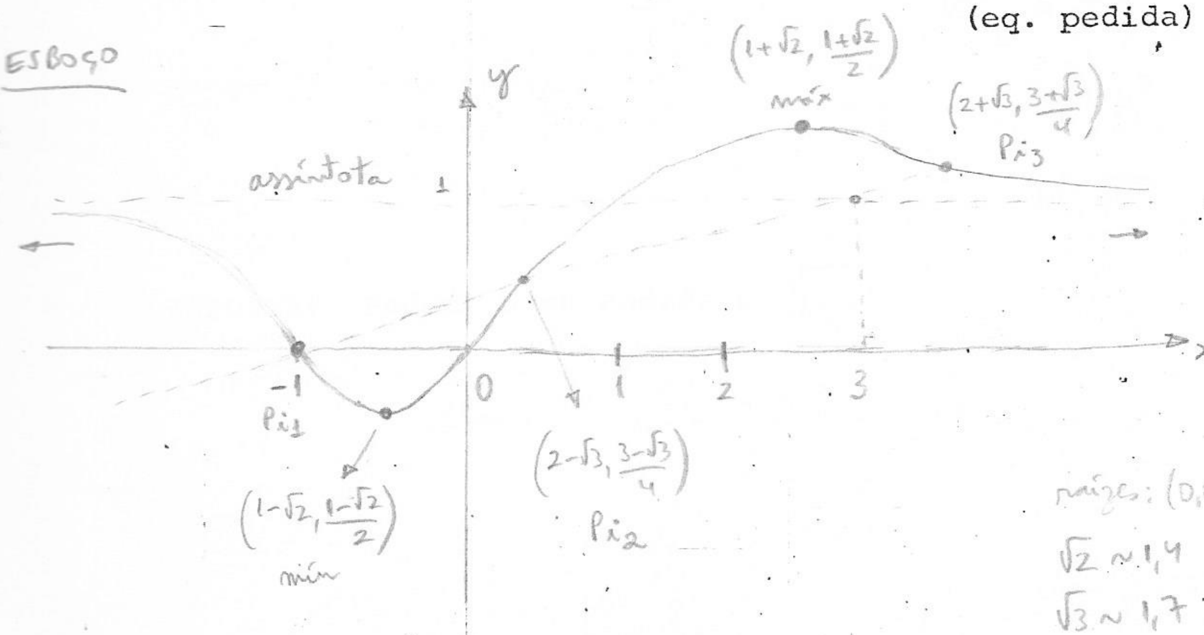
$$\frac{y_{i2} - y_{i3}}{x_{i2} - x_{i3}} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{2\sqrt{3}} = \frac{y_{i2} - y_{i1}}{x_{i2} - x_{i1}} = \frac{\frac{3+\sqrt{3}}{4}}{3+\sqrt{3}} = \frac{1}{4} = m$$

Logo $\overline{P_2 P_1}$ e $\overline{P_2 P_3}$ têm o mesmo coeficiente angular e, em consequência, o mesmo SUPORTE.

$$\frac{y - 0}{x-(-1)} = \frac{1}{4} \therefore 4y = x+1 \therefore y = \frac{x}{4} + \frac{1}{4}$$

(eq. pedida)

ESBOÇO



raízes: (0,0) e (-1,0)

$\sqrt{2} \sim 1,4$

$\sqrt{3} \sim 1,7$

9a. QUESTÃO VALOR: 1,0

Considere as Progressões Geométrica e Aritmética abaixo, as quais se prolongam indefinidamente nos dois sentidos:

$$\dots : a^{-\frac{2m}{4}} : a^{-\frac{m}{4}} : a^{0} : a^{\frac{m}{4}} : a^{\frac{2m}{4}} : \dots$$

$$\dots . \left(1-\frac{5m}{4}\right) . \left(1-\frac{3m}{4}\right) . \left(1-\frac{m}{4}\right) . \left(1+\frac{m}{4}\right) . \left(1+\frac{3m}{4}\right) . \dots$$

Verifique se elas podem definir o núcleo de um sistema de um sistema de logarítmos. Em caso negativo, justifique a resposta. Em caso afirmativo, determine a base do sistema.

SOLUÇÃO

$$\log_b a^0 = 1 - \frac{m}{4} = 0 \longrightarrow m = 4$$

$$\log_b a^{\frac{m}{4}} = 1 + \frac{m}{4} \longrightarrow \frac{m}{4} \log_b a = 1 + \frac{m}{4}$$

$$\log_b a = 2$$

$$a = b^2$$

$$b = \sqrt{a}$$

RESPOSTA: Podem. Base Pedida é $\sqrt{a}$

10a. QUESTÃO VALOR: 1,0

Determine quantos números M existem satisfazendo simultaneamente as seguintes condições:

1) $10^6 < M < 10^7$;
2) o algarismo 4 aparece pelo menos 2 vezes em M;
3) o algarismo 8 aparece pelo menos 3 vezes em M.

Observação: Os números M são inteiros escritos na base 10.

<u>SOLUÇÃO</u>

I) Os <u>que</u> <u>não</u> <u>contêm</u> <u>ZERO</u>

(a) - os que só contêm 4 e 8

2 restantes 4 e 4 $\rightarrow P_7^{4,3} = \dfrac{7!}{4!\,3!} = 35$ //

2 restantes 8 e 8 $\rightarrow P_7^{2,5} = \dfrac{7!}{2!\,5!} = 21$ //

2 restantes 4 e 8 $\rightarrow P_7^{3,4} = \dfrac{7!}{3!\,4!} = 35$ //

(b) - os que só contêm 4 e 8 e outro algarismo diferente de 0,4,8.

HÁ SETE ESCOLHAS PARA O "OUTRO", Para cada uma:

( ) O OUTRO 2 VEZES: $P_7^{2,3,2} = \dfrac{7!}{2!\,3!\,2!} = 210$

Logo , $7 \times 210 = 1470$ //

( ) O OUTRO 1 VEZ e 4 ; $P_7^{3,3,1} = \dfrac{7!}{3!\,3!\,1!} = 140$

Logo , $7 \times 140 = 980$ //

( ) O OUTRO 1 VEZ e 8 ; $P^{2,4,1} = \dfrac{7!}{2!\,4!\,1!} = 105$

Logo , $7 \times 105 = 735$ //

(Continuação da solução da 10a. Questão)

(c) - os que só contêm 4 , 8 e mais dois algarismos $\neq$ 0,4,8

O número de escolhas é $C_7^2 = 21$. PARA CADA ESCOLHA:

$$P_7^{2,3,1,1} = \frac{7!}{2!\ 3!\ 1!\ 1!} = 420$$

Logo , $21 \times 420 = 8820$ //

II) Os que contêm o ZERO.

(a) - O ZERO duas vezes.

( ) algarismo inicial 4 $\rightarrow$ $P_6^{1,2,3} = \frac{6!}{1!\ 2!\ 3!} = 60$ //

( ) algarismo inicial 8 $\rightarrow$ $P_6^{2,2,2}$ $\frac{6!}{2!\ 2!\ 2!} = 90$ //

(b) - ZERO uma vez e o 4.

( ) algarismo inicial 4 $\rightarrow$ $P_6^{2,3,1} = \frac{6!}{2!\ 3!\ 1!} = 60$ //

( ) algarismo inicial 8 $\rightarrow$ $P_6^{2,3,1} = \frac{6!}{2!\ 3!\ 1!} = 60$ //

(c) O ZERO uma vez e o 8.

( ) algarismo inicial 4 $\rightarrow$ $P_6^{1,1,4} = \frac{6!}{1!\ 1!\ 4!} = 30$ //

( ) algarismo inicial 8 $\rightarrow$ $P_6^{2,3,1} = \frac{6!}{2!\ 3!\ 1!} = 60$ //

(Continuação da solução da 10a. Questão)

(d) O ZERO uma vez e OUTRA diferente de 0,4,8
Há 7 escolhas.

( ) algarismo inicial 4 $\longrightarrow$ $P_6^{1,3,1,1} = \dfrac{6!}{1!\ 3!\ 1!\ 1!} = 120$

Logo, 7 x 120 = 840//

( ) algarismo inicial 8 $\longrightarrow$ $P_6^{2,2,1,1} = \dfrac{6!}{2!\ 2!\ 1!\ 1!} = 180$

Logo, 7 x 180 = 1260//

( ) algarismo inicial outro diferente de 0,4,8.

$P_6^{2,3,1} = \dfrac{6!}{2!\ 3!\ 1!} = 60$

Logo, 7 x 60 = 420//

Somando obtém-se 14.976

RESPOSTA: 14.976

M tem 7 algarismos

nº de "4"s	nº de "8"s	outros	todos − zero no início	úteis
2	3	2	$C_{7,2} \cdot C_{5,3} \cdot 8 \cdot 8 - C_{6,2} \cdot C_{4,3} \cdot 8 =$ $= 21 \cdot 10 \cdot 64 - 15 \cdot 4 \cdot 8 =$ $= 13440 - 480$	12960
2	4	1	$C_{7,2} \cdot C_{5,4} \cdot 8 - C_{6,2} \cdot C_{4,4} =$ $= 21 \cdot 5 \cdot 8 - 15 \cdot 1 =$ $= 840 - 15$	825
2	5	0	$C_{7,2} \cdot C_{5,5} =$ $= 21 \cdot 1$	21
3	3	1	$C_{7,3} \cdot C_{4,3} \cdot 8 - C_{6,3} \cdot C_{3,3} =$ $= 35 \cdot 4 \cdot 8 - 20 \cdot 1 =$ $= 1120 - 20 =$	1100
3	4	0	$C_{7,3} \cdot C_{4,4} =$ $= 35 \cdot 1$	35
4	3	0	$C_{7,4} \cdot C_{3,3} =$ $= 35 \cdot 1$	35
				14976