PROVA DE ÁLGEBRA

1a. QUESTÃO - VALOR 0,4

ENUNCIADO: assinale abaixo o valor da expressão:

$$\lim_{x \to \infty} \left(1+\frac{2}{x}\right)^{5x}$$

A - e^{10} (x) D - 1 ( )

B - $e^{2/5}$ ( ) E - $e^{1/10}$ ( )

C - $e^{5/2}$ ( ) F - N.R.A.( )

SOLUÇÃO:

$$\lim_{x \to \infty} \left(1 + \frac{2}{x}\right)^{5x} = \lim_{x \to \infty} \left\{\left[1 + \frac{1}{\left(\frac{x}{2}\right)}\right]^{\frac{x}{2}}\right\}^{10} = e^{10}$$

2a. QUESTÃO - VALOR 0,4

ENUNCIADO: indique abaixo o valor da expressão:

$$\lim_{x \to 0} \frac{\log_e(1-x)}{\text{sen } x}$$

A - e ( ) D - 1 ( )

B - 0 ( ) E - -e ( )

C - -1 (x) F - N.R.A. ( )

SOLUÇÃO:

$$\lim_{x \quad 0} \cdot \frac{\log_e(1-x)}{\text{sen } x} = \lim_{x \quad 0} \frac{x}{\text{sen} x} \cdot \frac{\log_e(1-x)}{x} =$$

$$= \lim_{x \to 0} \frac{x}{\text{sen} x} \cdot \lim_{x \to 0} \log_e(1-x)^{1/x} = 1 \cdot \log_e e^{-1} = -1$$

3a. QUESTÃO - VALOR 0,4

ENUNCIADO: assinale abaixo o valor da expressão:

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sqrt{2+x} - \sqrt{2-x}}{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}$$

A - $1/\sqrt{2}$ (x)

B - $\sqrt{2}$ ( )

C - 2 ( )

D - 1/2 ( )

E - $-\sqrt{2} + \frac{1}{\sqrt{2}}$ ( )

F - N.R.A. ( )

SOLUÇÃO:

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sqrt{2+x} - \sqrt{2-x}}{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}} = \lim_{x \to 0} \frac{\sqrt{2}\left(\sqrt{1+\frac{x}{2}} - \sqrt{1-\frac{x}{2}}\right)}{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}} =$$

$$= \sqrt{2} \lim_{x \to 0} \frac{\left(1+\frac{x}{4}\right) - \left(1-\frac{x}{4}\right)}{\left(1+\frac{x}{2}\right) - \left(1-\frac{x}{2}\right)} = \sqrt{2} \lim_{x \to 0} \frac{\frac{x}{2}}{x} = \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

4a. QUESTÃO - VALOR 0,4

ENUNCIADO: Assinale abaixo o valor que deve ser atribuído à função $y = \frac{1}{x} \operatorname{sen} \pi x$ no ponto de abcissa $x=0$ para tornar a mesma contínua no intervalo $(-\infty ;+\infty)$.

CONTINUAÇÃO DA 4a. QUESTÃO

A - 1 ( )

B - $1/\pi$ ( )

C - π (x)

D - $\pi/2$ ( )

E - 0 ( )

F - N.R.A. ( )

SOLUÇÃO:

$$y(0) = \lim_{x \to 0} \frac{\text{sen } \pi x}{x} = \pi$$

5a. QUESTÃO - VALOR 0,4

ENUNCIADO: No plano xy uma curva é definida pelas equações:

$$x = 10 + 6 \cos 2t$$
$$y = -6 \text{ sen } 2t$$

Marcar abaixo o coeficiente angular de uma reta que tangencia a curva dada num ponto de abcissa x = 13 e de ordenada y > 0.

A - $+1/\sqrt{3}$ ( )

B - $+\sqrt{3}$ ( )

C - $-\sqrt{3}$ ( )

D - $-1\sqrt{3}$ (x)

E - $3\sqrt{3}$ ( )

F - N.R.A. ( )

SOLUÇÃO DA 5a. QUESTÃO:

$$10 + 6 \cos 2t = 13 \longrightarrow \cos 2t = \frac{1}{2} \longrightarrow 2t = \pm\ 60º$$

$$y = -6 \text{ sen } (\pm 60º) = \pm \sqrt{3}/2 \quad \therefore \underline{2t = -60º}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dt} \times \frac{dt}{dx} = \frac{-12 \cos 2t}{-12 \text{ sen } 2t} = \cot 2t = \cot(-60º) = -\frac{1}{\sqrt{3}}$$

6a. QUESTÃO - VALOR 0,4

ENUNCIADO: Um corpo se move no plano xy descrevendo a trajetória $y = A x^2 - C$. Sua projeção no eixo dos x se move com a velocidade de B u.v. (unidades de velocidade). A velocidade da projeção será, portanto:

A - 2Ax ( )

B - 2Ax+B( )

C - 2ABx (x)

D - 2Ax-B ( )

E - $2 \frac{A}{B} x$ ( )

F - N.R.A. ( )

SOLUÇÃO:

$$\frac{dy}{dt} = \frac{dy}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} \ ;$$

$$\frac{dy}{dx} = 2\,Ax \ ; \quad \frac{dx}{dt} = B \longrightarrow \frac{dy}{dt} = 2\,ABx$$

7a. QUESTÃO - VALOR 0,4

ENUNCIADO: Dada a função $z = \frac{u^v}{v^u}$, onde $u = \frac{1}{3}x^3$ e $v = x^2$, assinalar, entre os valores abaixo, o correspondente a $\frac{dz}{dx}$ no ponto em que $x = 1$.

A - $-\frac{3}{2}\log_e 2 - \frac{7}{9}$ ( )

B - $\frac{3}{2}\log_e 3 + \frac{7}{9}$ ( )

C - $-\frac{2}{3}\log_e 3 + \frac{7}{9}$ (X)

D - $\frac{2}{3}\log_e 3 - \frac{7}{9}$ ( )

E - $-\frac{2}{3}\log_e 2 + \frac{9}{7}$ ( )

F - N.R.A. ( )

SOLUÇÃO:

$$z = u^v / v^u$$

$$\log_e z = v \log_e u - u \log_e v$$

$$\frac{z'}{z} = v' \log_e u + v . \frac{u'}{u} - u' \log_e v - u . \frac{v'}{v}$$

$$v = x^2 \rightarrow v' = 2x \quad \begin{cases} v(1) = 1 \\ v'(1) = 2 \end{cases}$$

$$u = \frac{1}{3}x^3 \rightarrow u' = x^2 \quad \begin{cases} u(1) = 1/3 \\ u'(1) = 1 \end{cases}$$

$$z(1) = \frac{\left(\frac{1}{3}\right)^1}{1^{1/3}} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{z'(1)}{z(1)} = 2 \times \log_e\left(\frac{1}{3}\right) + 1 . \frac{1}{1/3} - 1 . \log_e 1 - \frac{1}{3} . \frac{2}{1} =$$

$$= -2\log_e 3 + \frac{7}{3} \qquad \therefore \quad z'(1) = -\frac{2}{3}\log_e 3 + \frac{7}{9}$$

8a. QUESTÃO - VALOR 0,4

ENUNCIADO: Resolver a equação

$$2^{y+1} - \frac{7}{2^{y-1}} + 2^{y-2} = \frac{1}{2^{y-2}}$$

e assinalar abaixo o seu resultado.

A - $y = 1,2$ ( )

B - $y = 1,5$ (x)

C - $y = 2$ ( )

D - $y = 0,3$ ( )

E - $y = 0,5$ ( )

F - N.R.A. ( )

SOLUÇÃO:

$$2^y \times 2 - \frac{7 \times 2}{2^y} + \frac{2^y}{4} = \frac{4}{2^y} \qquad \times\ (4 \times 2^y)$$

$$8 \times 2^{2y} - 56 + 2^{2y} = 16$$

$$9 \times 2^{2y} = 72 \qquad 2^{2y} = 8 \qquad 2y = 3 \rightarrow y = 1,5$$

9a. QUESTÃO - VALOR 0,4

ENUNCIADO: Resolver a equação

$$y^4 - 16 = 0$$

E assinalar abaixo o conjunto de suas raízes.

CONTINUAÇÃO DA 9a. QUESTÃO:

A - $\begin{cases} +2, -2 \\ i, -i \end{cases}$ ( )

B- $\begin{cases} +2, -2 \\ -2i, +2i \end{cases}$ (x)

C - $\begin{cases} +1, -1 \\ +2i, -2i \end{cases}$ ( )

D - $\begin{cases} +2, -2 \\ -i, +2i \end{cases}$ ( )

E - $\begin{cases} +2, -2 \\ +2i, i \end{cases}$ ( )

F - N . R. A. ( )

SOLUÇÃO:

$$y^4 = 16 = 16\ (\cos 2k\pi + i\ \mathrm{sen}\ 2k\pi)$$

$$y = 2\ \left(\cos \frac{k\pi}{2} + i\ \mathrm{sen}\ \frac{k\pi}{2}\right)$$

$$k = 0 \rightarrow y_1 = +2$$

$$k = 1 \rightarrow y_2 = +2i$$

$$k = 2 \rightarrow y_3 = -2$$

$$k = 3 \rightarrow y_4 = -2i$$

10a. QUESTÃO - VALOR 0,4

ENUNCIADO: Resolver a equação e assinalar abaixo o resultado.

$$3^{\log_{10} x^2} - 4 \quad 3^{\log_{10} x} + 3 = 0$$

CONTINUAÇÃO DA 10a. QUESTÃO:

A - $x_1 = 2;\ x_2 = 3$ ( )

B - $x_1 = 0;\ x_2 = 1$ ( )

C - $x_1 = 1;\ x_2 = -1$ ( )

D - $x_1 = 0{,}5;\ x_2 = 1{,}0$ ( )

E - $x_1 = 2;\ x_2 = 0$ ( )

F - N. R. A. (x)

SOLUÇÃO:

$$3^{2\log x} - 4 \times 3^{\log x} + 3 = 0 \qquad 3^{\log x} = y$$

$$y^2 - 4y + 3 = 0 \begin{cases} y_1 = 3 \rightarrow 3^{\log x_1} = 3 \longrightarrow \log x_1 = 1 \ \therefore\ x_1 = 10 \\ y_2 = 1 \rightarrow 3^{\log x_2} = 1 \longrightarrow \log x_2 = 0 \ \therefore\ x_2 = 1 \end{cases}$$

11a. QUESTÃO - VALOR 0,4

ENUNCIADO: Achar o limite da soma dos têrmos da série abaixo. (O valor absoluto de a é maior que 1):

$$\frac{a}{a} + \frac{2a}{a^2} + \frac{3a}{a^3} + \frac{4a}{a^4} + \ldots$$

A - $a + 1$ ( )

B - $\dfrac{a-1}{a}$ ( )

C - $a - 1$ ( )

D - $\dfrac{a}{a-1}$ ( )

E - $\left(\dfrac{a}{a-1}\right)^2$ (x)

F - N. R. A. ( )

SOLUÇÃO DA 11a. QUESTÃO:

$$S = 1 + \frac{2}{a} + \frac{3}{a^2} + \frac{4}{a^3} + \ldots =$$

$$= \left(1 + \frac{1}{a} + \frac{1}{a^2} + \ldots\right) + \frac{1}{a}\underbrace{\left(1 + \frac{2}{a} + \frac{3}{a^2} + \ldots\right)}_{S}$$

$$S = \left(1 - \frac{1}{a}\right) = \frac{1}{\left(1 - \frac{1}{a}\right)}$$

$$S = \frac{1}{\left(1 - \frac{1}{a}\right)^2} = \left(\frac{a}{a-1}\right)^2$$

12a. QUESTÃO - VALOR 0.4

ENUNCIADO: Resolva o sistema de equações abaixo.

$$\begin{cases} \dfrac{1}{1 - x + 2y} - \dfrac{1}{x + 2y - 1} = 0 \\[2ex] \dfrac{1}{\dfrac{1}{1 - x + 2y} - \dfrac{1}{1 - x - 2y}} = 2 \end{cases}$$

A - $x = 1$; $y = 2$ (x)

B - $x = -1$; $y = 1$ ( )

C - $x = 2$; $y = 2$ ( )

D - $x = 2$; $y = -1$ (

E - $x = 0$; $y = 1$ (

F - N. R. A. ( )

SOLUÇÃO:

TOMANDO O INVERSO DA 2a. EQUAÇÃO, TEMOS

$$\frac{1}{1 - x + 2y} - \frac{1}{1 - x - 2y} = \frac{1}{2}$$

ou
$$\frac{1}{1 - x + 2y} + \frac{1}{x + 2y - 1} = \frac{1}{2}$$

CONTINUAÇÃO DA 12a. QUESTÃO:

Somando e subtraindo a 1a. equação, temos

$$\begin{cases} \dfrac{2}{1 - x + 2y} = \dfrac{1}{2} \longrightarrow 2y - x = 3 \\ \dfrac{2}{x + 2y - 1} = \dfrac{1}{2} \longrightarrow 2y + x = 5 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$$

13a. QUESTÃO - VALOR 0,4

ENUNCIADO: Verifique a convergência da série

$$\sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{sen}^3 \left(\frac{1}{n} \right)$$

A - DIVERGENTE ( )

B - HARMÔNICA ( )

C - CONVERGENTE (x)

D - OSCILANTE ( )

E - ALTERNADA ( )

F - N. R. A. ( )

SOLUÇÃO:

$$N \rightarrow \infty \Rightarrow \text{SEN } \frac{1}{n} \rightarrow \frac{1}{n} \longrightarrow 0$$

Sabemos que se

$\lim\limits_{n \to \infty} n^p \mathcal{U}_n = A$ então

i) $\sum \mathcal{U}_n$ converge se $p > 1$ e A é finito

ii) $\sum \mathcal{U}_n$ diverge se $p \leq 1$ e $A \neq 0$

No caso temos:

$$\lim_{n \to \infty} n^3 \operatorname{sen}^3 \left(\frac{1}{n}\right) = \lim_{n \to \infty} \left(\frac{\operatorname{sen} \frac{1}{n}}{\frac{1}{n}} \right)^3 = 1$$

CONTINUAÇÃO DA SOLUÇÃO DA 13a. QUESTÃO:

$p = 3 > 1$ e $A = 1$ (finito)

$\therefore$ a série converge

14a. QUESTÃO - VALOR 0,4

ENUNCIADO: Verifique a convergência da série

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!\, e^n}{n^n}$$

A - HARMÔNICA ( )

B - DIVERGENTE (x)

C - ALTERNADA ( )

D - CONVERGENTE ( )

E- OSCILANTE ( )

F - N. R. A. ( )

SOLUÇÃO:

Aplicando o critério de D'Alembert

$$\frac{\mathcal{U}_n}{\mathcal{U}_{n+1}} = e^{-1}\left(1 + \frac{1}{n}\right) \longrightarrow 1 \quad \therefore \text{ o critério falha}$$

Aplicando o critério de Raabe

$$n\left[e^{-1}\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n - 1\right] = n\left[e^{n\log_e(1+\frac{1}{n})-1} - 1\right] =$$

$$= n \left| n\, \ell n\left(1+\frac{1}{n}\right)-1 \right| = n\left[n\left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n^2} + \theta\, n^{-3}\right) - 1\right] =$$

$$= -1 + \theta\, n^{-1} \longrightarrow -1 < 1 \quad \therefore \text{ série divergente}$$

15a. QUESTÃO - VALOR 0,4

ENUNCIADO: Resolva o sistema de equações abaixo

$$\begin{cases} x^{1/4} + y^{1/5} = 3 \\ x^{1/2} + y^{2/5} = 5 \end{cases}$$

A - $\begin{cases} x = -1, \; y = 32 \\ x = 16, \; y = 1 \end{cases}$ ( )

B - $\begin{cases} x = 2, \; y = 0 \\ x = 16, \; y = 32 \end{cases}$ ( )

C - $\begin{cases} x = 1, \; y = 1 \\ x = 16, \; y = -16 \end{cases}$ ( )

D - $\begin{cases} x = 1, \; y = 32 \\ x = 16, \; y = 1 \end{cases}$ (x)

E - $\begin{cases} x = 0, \; y = -1 \\ x = 32, \; y = 32 \end{cases}$ ( )

F - N. R. A. ( )

SOLUÇÃO:

$$x^{1/4} = m \qquad y^{1/5} = n$$

$$\begin{cases} m + n = 3 \\ m^2 + n^2 = 5 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ n = 1 \end{cases} \text{ ou } \begin{cases} m = 1 \\ n = 2 \end{cases}$$

$$\left.\begin{matrix} m = 2 \\ n = 1 \end{matrix}\right\} \rightarrow \begin{cases} x = m^4 = 16 \\ y = n^5 = 1 \end{cases}$$

$$\left.\begin{matrix} m = 1 \\ n = 2 \end{matrix}\right\} \rightarrow \begin{cases} x = m^4 = 1 \\ y = n^5 = 32 \end{cases}$$

16a. QUESTÃO - VALOR 0,4

ENUNCIADO: Resolver a equação

$$6x^6 + 35x^5 + 56x^4 - 56x^2 - 35x - 6 = 0$$

A - $x = \left\{ -1;\ +1;\ -2;\ -\frac{1}{2};\ +3;\ +\frac{1}{3} \right\}$ ( )

B - $x = \left\{ -1;\ +1;\ -2;\ -\frac{1}{2};\ -3;\ -\frac{1}{3} \right\}$ (x)

C - $x = \left\{ +2;\ +\frac{1}{2};\ +3;\ +\frac{1}{3};\ +1;\ -1 \right\}$ ( )

D - $x = \left\{ +1;\ -1;\ +2;\ +\frac{1}{2};\ -3;\ -\frac{1}{3} \right\}$ ( )

E - $x = \left\{ +1;\ -1;\ +4;\ +\frac{1}{4};\ -3;\ -\frac{1}{3} \right\}$ ( )

F - N. R. A. ( )

SOLUÇÃO:

	6	35	56	0	-56	-35	-6
-1	6	29	27	-27	-29	-6	0
+1	6	35	62	35	6	0	

Então: $x_{1,2} = \pm 1$

$$6x^4 + 35x^3 + 62x^2 + 35x + 6 = 0$$

$$6\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + 35\left(x + \frac{1}{x}\right) + 62 = 0$$

$x + \frac{1}{x} = y$ $\qquad$ $x^2 + \frac{1}{x^2} = y^2 - 2$

CONTINUAÇÃO DA SOLUÇÃO DA 16a. QUESTÃO:

$$6y^2 + 35y + 50 = 0 \Longrightarrow \begin{cases} y_1 = -\dfrac{5}{2} \begin{cases} x_3 = -2 \\ x_4 = -\dfrac{1}{2} \end{cases} \\ \\ y_2 = -\dfrac{10}{3} \begin{cases} x_5 = -3 \\ x_6 = -\dfrac{1}{3} \end{cases} \end{cases}$$

17a. QUESTÃO - VALOR 0,4

ENUNCIADO: Num sistema de numeração duodecimal, quantos números de 3 algarismos diferentes existem, cuja soma dêsses 3 algarismos seja ímpar?
Considerar 012, 014, 016 etc, números de 3 algarismos diferentes.

A - 680 ( )

B - 360 ( )

C - 660 (x)

D - 720 ( )

E - 800 ( )

F - N.R.A.( )

SOLUÇÃO:

Para que a soma dos 3 algarismos seja ímpar, ou as 3 são ímpares ou 2 são pares e o 3º é ímpar. Logo:

números de 3 algarismos ímpares $= A_6^3 = 6.5.4 = 12$

números de 2 algarismos pares $= A_6^2 = 6.5 = 30$

IPP - PIP - PPI

CONTINUAÇÃO DA SOLUÇÃO DA 17a. QUESTÃO:

Para cada arranjo de 2 algarismos pares, cada um dos 6 algarismos ímpares pode formar 3 números diferentes. Então:

números de 2 alg. pares +1ímpar = $6 \times 3 \times 30 = 540$

O total será: $120 + 540 = 660$

18a. QUESTÃO - VALOR 0,4

ENUNCIADO: 5 rapazes e 5 môças devem posar para fotografia, ocupando 5 degraus de uma escadaria, de forma que em cada degrau fique um rapaz e uma môça.
De quantas maneiras diferentes podemos arrumar êste grupo?

A - 70.400 ( )

B - 128.000 ( )

C - 460.800 (x)

D - 332.000 ( )

E - 625 ( )

F - N. R. A. ( )

SOLUÇÃO:

Maneiras diferentes de arrumar os rapazes na escadaria: $P_5 = 5! = 120$
Idem para as môças $P_5 = 5! = 120$

CONTINUAÇÃO DA SOLUÇÃO DA 18a. QUESTÃO

A cada arranjo dos rapazes, correspondem todos os arranjos das môças, logo temos: $P_5 \times P_5 \quad 120^2$. É possível

permutar, em cada degrau, a posição de cada môça com cada rapaz. Assim o total de maneiras diferentes de arranjar o grupo é:

$$120^2 \times 2^5 = 14400 \times 32 = 460.800$$

19a. QUESTÃO - VALOR 0,4

ENUNCIADO: Com 10 espécies de frutas, quantos tipos de salada contendo 6 espécies diferentes podem ser feitas?

A - 240 ( )

B - 360 ( )

C - 320 ( )

D- 160 ( )

E - 210 (x)

F - N.R.A.( )

SOLUÇÃO:

$$C_{10}^{6} = C_{10}^{4} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7}{1 \times 2 \times 3 \times 4} = 210$$

20a. QUESTÃO - VALOR 0,4

ENUNCIADO: Calcular o têrmo de maior coeficiente no desenvolvimento de:

$$\left(\sqrt{x} + y^2 \right)^{10}$$

A - $240x^{5/2}\, y^{10}$ ( )

B - $210x^2\, y\ 12$ ( )

C - $252x^{5/2}\, y^{10}$ (x)

D - $252x^2\, y^{12}$ ( )

E - $210x^{5/2}\, y^{10}$ ( )

F - N.R.A. ( )

SOLUÇÃO:

O têrmo de maior coeficiente é o têrmo médio

$$T_m = T_6 = C_{10}^{5} \left(\sqrt{x}\right)^5 \left(y^2 \right)^5 = \frac{10.9.8.7.6}{1.2.3.4.5} \quad x^{5/2}\ y10 =$$

$$= 252^{5/2}\ y^{10}$$

21a. QUESTÃO - VALOR 0,4

ENUNCIADO: Calcule o 1º têrmo de coeficiente negativo no desenvolvimento em série da expressão

$$\left[\sqrt{\frac{y}{x}} + (xy) \right]^{9/2}$$

CONTINUAÇÃO DA 21a. QUESTÃO:

A - $-\frac{63}{512}\, x^{21/4} \quad y^{27/4}$ ( )

B - $-\frac{21}{1024}\, x^{27/4} \quad y^{21/4}$ (x)

C - $-\frac{21}{1024}\, x^{21/4} \quad y^{27/4}$ ( )

D - $-\frac{63}{512}\, x^{27/4} \quad y^{21/4}$ ( )

E - $-\frac{21}{1024}\, x^{27/2} \quad y^{21/2}$ ( )

F - N.R.A. ( )

SOLUÇÃO:

$$T_x = \frac{\frac{9}{2}.\frac{7}{2}.\frac{5}{2}.\frac{3}{2}.\frac{1}{2}.(-\frac{1}{2})}{6.5.4.3.2.1} \cdot \left(\sqrt{\frac{y}{x}}\right)^{\frac{9}{2} - 6} \cdot (xy)^6 \qquad x = y$$

$$T_y = -\frac{21}{1024}\, x^{27/4} \quad y^{21/4}$$

22a. QUESTÃO - VALOR 0,4

ENUNCIADO: Determinar os números reais m, n e r de tal modo que a expressão

$$\frac{(2-m)x^3 + (m-1)x^2 + (n+1)x + (r-3)}{x^2 + 6x + 1}$$

seja independente de x.

A - m=1; n=4; r=4 ( )

B - m=2; n=5; r=1 ( )

C - m=2; n=5; r=4 (x)

D - m=1; n=5; r=4 ( )

E - m=2; n=4; r=5 ( )

F - N. R. A. ( )

SOLUÇÃO DA 22a. QUESTÃO:

$$2 - m = 0 \longrightarrow m = 2$$

$$m - 1 = 1 \Longrightarrow \begin{cases} n + 1 = 6 \longrightarrow n = 5 \\ r - 3 = 1 \longrightarrow r = 4 \end{cases}$$

23a. QUESTÃO - VALOR 0,4

ENUNCIADO: A é um número real. Entre que limites deverá estar situado A para que $(1+i)$ seja raiz do polinômio

$$P(x) = x^3 + mx^2 + Anx + A\ ?$$

OBS: m e n são números inteiros não negativos

A - $1 \leq A \leq 4$ ( )

B - $4 \leq A \leq 2$ ( )

C - $2 \leq A \leq 4$ ( )

D - $0 \leq A \leq 4$ ( )

E - $0 \leq A \leq 2$ ( )

F - N. R. A. (x)

SOLUÇÃO:

$$x^3 + mx^2 + Anx + A = 0$$

$$(1+i)^3 + m(1+i)^2 + An(1+i) + A = 0$$

$$1 + 3i - 3 - i + m + 2mi - m + An + Ani + A = 0$$

CONTINUAÇÃO DA 23a. QUESTÃO:

$$\left.\begin{array}{l} -2 + An + A = 0 \Longrightarrow A = \dfrac{2}{1+n} \\ x\ (-1) \qquad\qquad\qquad\quad n \geq 0 \end{array}\right\} \begin{array}{l} A \leq 2 \\ A > 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 2 + 2m + An = 0 \\ \underline{2 - A \ - An = 0} \end{array}$$

$$\left.\begin{array}{l} 2 + 2m - A = 0 \Longrightarrow A = 4 + 2m \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\quad m \geq 0 \end{array}\right\} A \geq 4$$

A interseção dos 2 intervalos é vazia (não existe valor que A possa tomar para atender o problema).

24a. QUESTÃO - VALOR 0,4

ENUNCIADO: Resolva o sistema:

$$\begin{cases} (1-i)\,\overline{z}_1 + z_2 = i \\ 2z_1 + (1+i)\,\overline{z}_2 = 0 \end{cases}$$

onde z_1 e z_2 são números de partes reais iguais.

OBS: $\overline{z}$ é o conjugado de z.

A- $z_1=2-i$; $z_2=2+i$ ( )

B- O sistema não tem solução (x)

C- $z_1=3-i$; $z_2=3+2i$ ( )

D- O sistema é indeterminado ( )

E- $z_1=2+i$; $z_2=2-2i$ ( )

F- N. R. A. ( )

SOLUÇÃO DA 24a. QUESTÃO:

$$z_1 = x_1 + x_2\, i \qquad\qquad z_2 = x_1 + x_3\, i$$

$$\begin{cases} (1-i)(x_1 - x_2\, i\,) + i\,(x_1 + x_3\, i) = i \\ 2x_1 + 2x_2\, i + (1+i)(x_1 - x_3\, i\,) \quad = 0 \end{cases}$$

$$\cdot \begin{cases} x_1 - x_2\, i - \cancel{x_1}\, i - x_2 + \cancel{x_1}\, i - x_3 = i \\ 2x_1 + 2x_2\, i + x_1 - x_3\, i + x_1\, i + x_3 = 0 \end{cases}$$

$$\left.\begin{matrix} x_1 - x_2 - x_3 = 0 \\ -x_2 = 1 \end{matrix}\right\} \boxed{x_2 = -1} \qquad \begin{cases} x_1 - x_3 = -1 \ (*) \\ 3x_1 + x_3 = 0 \\ x_1 - x_3 = 2 \ (*) \end{cases}$$

(*) sistema incompatível

25a. QUESTÃO - VALOR 0,4

ENUNCIADO: Sejam $f(x) = e^{(a-1)x}$ e $g(s) = \int_0^1 s\, f(x)dx$ funções reais de variáveis reais.

Calcular a para que q(s) seja o inverso de (a-1).

A- $a = e^{1+\frac{1}{s}}$ ( ) B- $a = e^{s+1}$ ( )

C- $a = \log_e(s+1)$ ( ) D- $a = 1+\log_e(1+\frac{1}{s})$ (x)

E- $a = 1-\log_e(1+s)$ ( ) F- N. R. A. ( )

SOLUÇÃO DA 25a. QUESTÃO:

$$g(s) = \int_0^1 s\, e^{(a-x)x}\, dx = \frac{1}{a-1}$$

$$g(s) = \frac{S}{a-1}\left[e^{a-1}\right]_0^1 = \frac{1}{a-1}$$

$$\left[e^{(a-1)x}\right]_0^1 = \frac{1}{S} \qquad e^{a-1} - 1 = \frac{1}{S}$$

$$e^{a-1} = 1 + \frac{1}{S} \qquad a-1 = \ell n\left(1 + \frac{1}{S}\right)$$

$$\boxed{a = 1 + \ell n\left(1 + \frac{1}{S}\right)}$$