

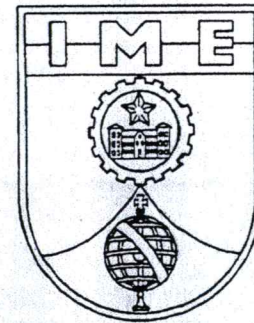
# CADERNO DE QUESTÕES

CURSO DE FORMAÇÃO E GRADUAÇÃO

(concurso ao 1º ano)

CFG - 95/96

## MATEMÁTICA



**INSTITUTO MILITAR  
DE ENGENHARIA**

*Real Academia de Artilharia, Fortificação e Desenho, 1792*

COMISSÃO DE EXAME DE ESCOLARIDADE

CFG

1995 - 1996

INSTRUÇÕES PARA A REALIZAÇÃO DA PROVA DE MATEMÁTICA

1. Não assine ou faça qualquer sinal, em sua prova, que possa identificá-la. A inobservância disto poderá anulá-la.
2. Utilize caneta azul para a resolução das questões. As figuras julgadas necessárias deverão ser feitas com lápis preto. Não use lápis de outra cor.
3. A interpretação faz parte das questões, portanto são vedadas perguntas à Comissão de Aplicação e Fiscalização.
4. O espaço destinado à solução de cada questão é suficiente, não sendo considerada resolução fora do local especificamente designado.
5. Você recebeu 2 (dois) cadernos: o de QUESTÕES e o de SOLUÇÕES.
6. No caderno de Questões constam as 10 (dez) questões que constituem a prova, cada uma com o seu valor descrito no enunciado.
7. O Caderno de Soluções possui 39 (trinta e nove) páginas, das quais 30 (trinta) destinam-se às resoluções e 9 (nove) para rascunho. Observe que as questões deverão ser resolvidas nas páginas indicadas para sua solução e que o rascunho não será considerado para efeito de correção.
8. O tempo total para execução da prova é limitado a 4 (quatro) horas.
9. Leia os enunciados com atenção. Resolva as questões na ordem que mais lhe convier, observando o local correto para a resolução de cada questão. Escreva com caligrafia legível.
10. Não é permitido destacar qualquer das folhas que compõem os cadernos.
11. Ao entregar a prova, devolva todo o material recebido. O Caderno de Questões estará liberado após o término da prova.
12. **LEMBRE-SE:** não deixe questão em branco. Se porventura não conseguir resolver integralmente alguma questão, procure mostrar conhecimento sobre o assunto, encaminhando sua solução. Com isso você poderá obter uma fração do grau atribuído à questão.

ESTAMOS AGUARDANDO-O COMO NOSSO ALUNO E DESEJAMOS FELICIDADES  
NESTA PROVA!

RASCUNHO

1ª Questão:

Valor : 1,0

Considerando  $\log 2 = a$  e  $\log 3 = b$ , encontre, em função de  $a$  e  $b$ , o logaritmo do número  $\sqrt[3]{11,25}$  no sistema de base 15.

2ª Questão:

Valor : 1,0

Encontre todas as soluções reais da equação apresentada abaixo, onde  $n$  é um número natural.

$$\cos^n x - \sin^n x = 1$$

3ª Questão:

Valor : 1,0

Um triângulo  $ABC$  tem base  $AB$  fixa sobre uma reta  $r$ . O vértice  $C$  desloca-se ao longo de uma reta  $s$ , paralela a  $r$  e a uma distância  $h$  da mesma. Determine a equação da curva descrita pelo ortocentro do triângulo  $ABC$ .

4ª Questão:

Valor: 1,0

Seja  $f$  uma função real tal que  $\forall x, a \in \mathbb{R}: f(x+a) = \frac{1}{2} + \sqrt{f(x) - [f(x)]^2}$ .

$f$  é periódica? Justifique.

5ª Questão:

Valor: 1,0

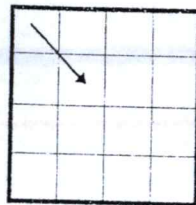
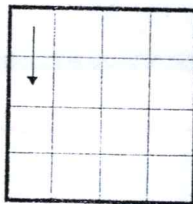
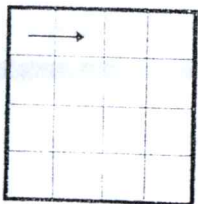
Calcule a soma abaixo:

$$\frac{1}{1 \times 4} + \frac{1}{4 \times 7} + \frac{1}{7 \times 10} + \dots + \frac{1}{2998 \times 3001}$$

6ª Questão:

Valor: 1,0

É dado um tabuleiro quadrado  $4 \times 4$ . Deseja-se atingir o quadrado inferior direito a partir do quadrado superior esquerdo. Os movimentos permitidos são os representados pelas setas:



De quantas maneiras isto é possível?

7ª Questão:

Valor: 1,0

Sejam 5 (cinco) pontos  $A O B O' A'$ , nesta ordem, pertencentes a uma reta genérica  $r$  tal que  $AO = OB = 3a$ ;  $BO' = O'A' = 2a$ , onde  $a$  é um comprimento dado. Traçam-se os círculos  $(O)$  com diâmetro  $AB$  e  $(O')$  com diâmetro  $BA'$ . Sejam  $C$  e  $D$  dois pontos quaisquer do círculo  $(O)$ ; as retas  $BC$  e  $BD$  cortam o círculo  $(O')$ , respectivamente em  $C'$  e  $D'$ .

a) Calcule  $\frac{BC'}{BC}$

b) Calcule  $\frac{C'D'}{CD}$

c) Seja o ângulo  $\widehat{CBD}$  igual a  $30^\circ$ . Calcule, em função de  $a$ , a razão entre as áreas dos segmentos circulares  $S$  no círculo  $(O)$  limitado pela corda  $CD$  e  $S'$  no círculo  $(O')$  limitado pela corda  $C'D'$ .

8ª Questão:

Valor: 1,0

Determine os números naturais  $n$  para os quais existam poliedros convexos de  $n$  arestas.

9ª Questão:

Valor : 1,0

Sejam  $w_0 = 1$ ,  $w_1 = j$ ,  $w_2 = j^2$  as raízes cúbicas da unidade no plano complexo (considere  $w_1$  o número complexo de módulo 1 e argumento  $\frac{2\pi}{3}$ ).

Sabendo que se  $c \in \mathbb{C}$ , a rotação  $R$  em torno do ponto  $c$  e amplitude igual a  $\frac{\pi}{3}$  é dada por  $R(z) = -j^2 z - j c$ ,  $\forall z \in \mathbb{C} - \{c\}$  pede-se:

- determinar as relações existentes entre  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $j$ ,  $j^2$ , onde  $a$ ,  $b \in \mathbb{C}$ , de modo que o triângulo  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , seja equilátero;
- determinar  $z$  para que o triângulo  $i$ ,  $z$ ,  $i z$  seja equilátero.

Dado:  $i = \sqrt{-1}$

10ª Questão:

Valor : 1,0

Dados dois trinômios do segundo grau:

$$y = a x^2 + b x + c \quad (I)$$

$$y = a' x^2 + b' x + c' \quad (II)$$

Considere, sobre o eixo  $\vec{Ox}$ , os pontos  $A$  e  $B$  cujas abscissas são as raízes do trinômio (I) e  $A'$   $B'$  os pontos cujas abscissas são as raízes do trinômio (II).

Determine a relação que deve existir entre os coeficientes  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $a'$ ,  $b'$ ,  $c'$ , de modo que  $A'B'$  divida o segmento  $AB$  harmonicamente.

RASCUNHO

RASCUNHO