PROVA DE MATEMÁTICA

CADERNO DE QUESTÕES

Concurso de Admissão
ao
Primeiro Ano
do
Curso de Formação e Graduação

1994 - 1995

COMISSÃO DE EXAME DE ESCOLARIDADE

CFG

1994 - 1995

INSTRUÇÕES PARA A REALIZAÇÃO DA PROVA DE MATEMÁTICA

1. Não assine ou faça qualquer sinal em sua prova que possa identificá-la. A inobservância disto poderá anulá-la.

2. Utilize caneta azul ou preta para resolução das questões. As figuras julgadas necessárias deverão ser feitas a lápis preto. Não use lápis de outras cores.

3. A interpretação faz parte das questões; por conseguinte são vedadas perguntas ao Grupo de Aplicação e Fiscalização.

4. O espaço destinado à solução de cada questão é suficiente, não sendo considerada resolução fora do local especificamente designado.

5. Você recebeu 2(dois) Cadernos : o de Questões e o de Soluções.

6. Neste Caderno de Questões constam as 10(dez) questões que constituem a Prova, cada uma no valor descrito no enunciado.

7. O Caderno de Soluções é constituído por 39(trinta e nove) páginas, das quais 30(trinta) destinam-se às resoluções e 9(nove) aos rascunhos. Observe que o rascunho não será levado em conta para efeito de correção.

8. O tempo total para execução da prova é limitado a 4 (quatro) horas.

9. Leia os enunciados com atenção. Resolva as questões na ordem que mais lhe convier. Observe o local correto para a resolução de cada questão. Escreva com caligrafia legível.

10. Não é permitido destacar qualquer das folhas que compõem os cadernos.

11. Ao entregar a prova devolva todo o material recebido. O Caderno de Questões estará liberado após o término da Prova.

12. Lembre-se : Não deixe questão alguma em branco. Se porventura não conseguir resolver integralmente uma questão, procure mostrar conhecimento sobre o assunto, deixando indicado o encaminhamento da solução. Com isto você certamente obterá uma fração do grau atribuído à questão.

Estamos aguardando-o como nosso aluno no início do próximo período letivo e lhe desejamos FELICIDADES nesta prova.

1^a Questão:	Valor: 1,0

Determine a condição que o inteiro m deve satisfazer para que exista termo independente de x no desenvolvimento de $\left(x^4 - \frac{1}{x^8}\right)^m$

2^a Questão:	Valor: 1,0

Seja ABC um triângulo qualquer no qual os vértices B e C são fixos. Determine o lugar geométrico descrito pelo ponto A, variável, sabendo que os ângulo B e C satisfazem à relação $\operatorname{tg} B \operatorname{tg} C = k$, k constante real.

Discuta a solução para os diversos valores de k.

Sugestão: Considere como eixos coordenados as retas BC e a mediatriz do segmento BC.

3^a Questão:	Valor: 1,0

Dado $Z = \dfrac{1}{\sqrt{-7 + 24i}}$, calcule as partes real e imaginária de Z.

4^a Questão:	Valor: 1,0

Sabendo-se que a função h(x) possui a seguinte propriedade $\frac{d}{dx} h(x) = -h(x)$, pede-se:

a) A solução da equação: $\int t\, f(t) = x\, h(x) + h(x) + 1.$

b) Os valores de c e h(x), de tal forma que: $\int_0^c t\, f(t) = \dfrac{2-e}{e}$

5ª Questão: Valor: 1,0

Resolva a equação trigonométrica:

$$\operatorname{sen} x + \cos x + 2\sqrt{2}\ \operatorname{sen} x \cos x = 0$$

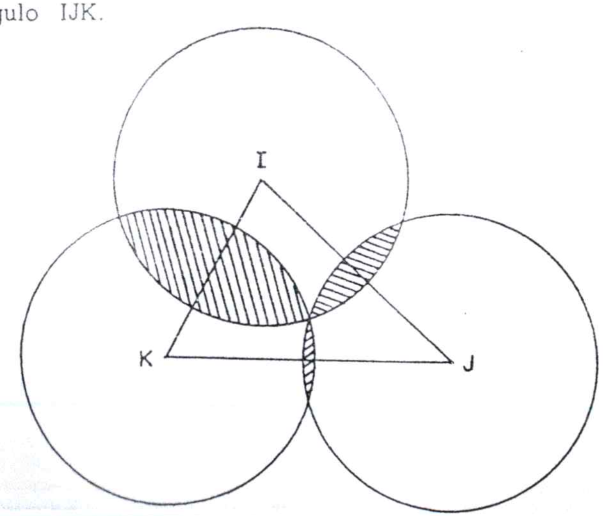
6ª Questão: Valor: 1,0

Use o teorema do valor médio para derivadas e prove que a equação: $\ell n\,(x+1)^5 + 3\,\ell n\,(x+1)^3 + 2\,\ell n\,(x+1) - 2 = 0$, tem uma única raiz real no intervalo $(0, 1)$.

OBS.: A notação ℓn significa logaritmo neperiano.

7ª Questão: Valor: 1,0

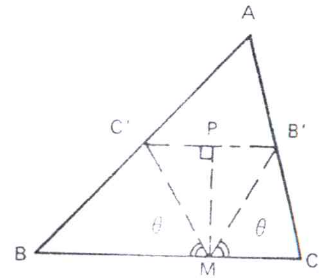
Três círculos de mesmo raio "R" se interceptam dois a dois, como é mostrado na figura abaixo, constituindo três áreas comuns que formam um trevo. Determine o perímetro do trevo e sua área em função de "R" e da área "S" do triângulo IJK.



8ª Questão: Valor: 1,0

Seja ABC um triângulo qualquer. Por B' e C' pontos médios dos lados AB e AC, respectivamente, traçam-se duas retas que se cortam em um ponto M, situado sobre o lado BC, e que fazem com esse lado ângulos iguais a θ conforme a figura abaixo. Demonstre que:

$$\operatorname{cotg} \theta = \frac{1}{2}(\operatorname{cotg} B + \operatorname{cotg} C)$$



9ª Questão: Valor: 1,0

Seis esferas idênticas de raio "R" encontram-se posicionadas no espaço de tal forma que cada uma delas seja tangente a quatro esferas. Desta forma, determine a aresta do cubo que tangencie todas as esferas.

10ª Questão: Valor: 1,0

Prove que o polinômio $P(x) = x^{999} + x^{888} + x^{777} + \ldots + x^{111} + 1$ é divisível por $x^9 + x^8 + x^7 + \ldots + x + 1$.