



**PROVA  
DE  
GEOMETRIA E  
TRIGONOMETRIA**

**CONCURSO DE ADMISSÃO  
AO  
PRIMEIRO ANO  
DO  
CURSO DE FORMAÇÃO E GRADUAÇÃO**

**1989 - 1990**



MINISTÉRIO DO EXÉRCITO  
SECRETARIA DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA  
INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA

## INSTRUÇÕES PARA REALIZAÇÃO DA PROVA

COMISSÃO DE EXAME DE ESCOLARIDADE

1989/90

INSTRUÇÕES PARA A REALIZAÇÃO DA PROVA DE  
GEOMETRIA E TRIGONOMETRIA

1. NÃO ASSINE A PROVA.
2. Utilize a caneta esferográfica fornecida pelo Grupo de Aplicação e Fiscalização. As figuras julgadas necessárias deverão ser feitas a lápis preto. Não use lápis de outras cores.
3. O espaço destinado à solução de cada questão é suficiente. Não será considerada resolução fora do local especificamente designado.
4. Não será fornecido material suplementar. A prova fornecida contém 5 (cinco) folhas de papel para rascunho. Note-se, no entanto, que o rascunho não será levado em conta para efeito de correção.
5. A interpretação das questões faz parte da resolução. São vedadas perguntas ao Grupo de Aplicação e Fiscalização.
6. A prova está sob a forma de caderno. Não é permitido destacar suas folhas. Ao entregar a prova devolva todo o material recebido.
7. Esta prova contém, além da capa e da presente folha de instruções, 10 (dez) questões, em folhas numeradas de 1 (um) a 12 (doze).
8. O tempo para a solução desta prova é de 4 (quatro) horas.
9. Leia os enunciados com atenção. Resolva as questões na ordem que mais lhe convier. Seja sucinto, evitando divagações.

**FELICIDADES**

IME - CEE 89/90

GEOMETRIA E TRIGONOMETRIA

FOLHA 1

1ª QUESTÃO

VALOR: 1,0

Determine o valor de

$$P = \sin \frac{\pi}{24} \sin \frac{5\pi}{24} \sin \frac{7\pi}{24} \sin \frac{11\pi}{24}$$

SOLUÇÃOSOLUÇÃO

IME - CEE 89/90

GEOMETRIA E TRIGONOMETRIA

FOLHA 2

2ª QUESTÃO

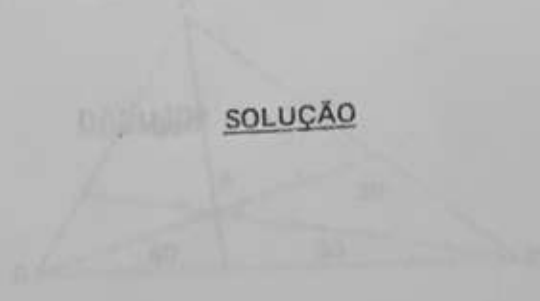
VALOR: 1,0

Seja  $\overline{AB}$  um diâmetro de um círculo de centro  $O$  e raio  $R$ . Sobre o prolongamento de  $\overline{AB}$  escolhemos um ponto  $P$  ( $\overline{PB} < \overline{PA}$ ). Partindo de  $P$  tomamos uma secante que corta o círculo nos pontos  $M$  e  $N$  ( $\overline{PM} < \overline{PN}$ ), de modo que  $\overline{PM} = \overline{AN} = R$ .

- Mostre que a corda  $\overline{MB}$  é um lado de um polígono regular inscrito de dezoito lados.
- Encontre uma equação (do 3º grau) que determina a distância de  $P$  ao centro do círculo em função de  $R$ .

SOLUÇÃO

Considere uma esfera de raio  $R$ . Determine a figura geométrica à qual pertence o lugar geométrico dos vértices dos triedros nos quais as três arestas são tangentes a essa esfera e formam, duas a duas, ângulos de  $60^\circ$ .



SOLUÇÃO

IME - CEE 89/90

GEOMETRIA E TRIGONOMETRIA

FOLHA 4

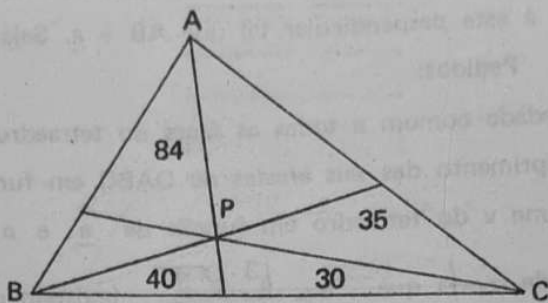
VALOR: 1,0

4ª QUESTÃO

Dois círculos de raios  $R$  e  $r$  são, ao mesmo tempo, bases de um tronco de cone e bases de dois cones opostos de mesmo vértice e mesmo eixo. Seja  $K$  a razão entre o volume do tronco e a soma dos volumes dos dois cones opostos e seja  $m$  a razão  $\frac{R}{r}$ . Determine  $m$  em função de  $K$ .

SOLUÇÃO

Seja  $P$  um ponto no interior de um triângulo  $ABC$ , dividindo-o em seis triângulos, quatro dos quais têm áreas 40, 30, 35 e 84, como mostra a figura. Calcule a área do triângulo  $ABC$ .



SOLUÇÃO

Seja um segmento fixo  $OA$  de comprimento  $a$  e uma semi-reta variável  $Ox$ , tal que  $\widehat{AOx} = \alpha$ ,  $\alpha$  ângulo agudo, pertencentes a um plano fixo  $\pi$ . Seja a perpendicular ao plano  $\pi$  em  $A$  e seja  $B$  pertencente a esta perpendicular tal que  $AB = a$ . Seja  $C$  o pé da perpendicular traçada de  $B$  sobre  $Ox$ . Pedidos:

- Qual a propriedade comum a todas as faces do tetraedro  $OABC$ ?
- Calcule o comprimento das seis arestas de  $OABC$  em função de  $a$  e  $\alpha$ .
- Calcule o volume  $v$  do tetraedro em função de  $a$  e  $\alpha$ .
- Determine  $\alpha$  de modo que  $v = \frac{a^3 \sqrt{3}}{24}$  (existem dois valores).
- Determine o volume comum aos dois sólidos encontrados no item anterior.

SOLUÇÃO



IME - CEE 89/90

GEOMETRIA E TRIGONOMETRIA

FOLHA 7

6ª QUESTÃO

(Continuação)

SOLUÇÃO

IME - CEE 89/90

GEOMETRIA E TRIGONOMETRIA

FOLHA 8.

VALOR: 1,0

7ª QUESTÃO

- a) Obtenha a expressão para  $\operatorname{tg} 3\alpha$  em função de  $\operatorname{tg} \alpha = x$ .
- b) Utilize o item anterior para determinar as soluções da equação

$$x^3 - 3mx^2 - 3x + m = 0$$

onde  $m$  é um número real dado.

SOLUÇÃO

IME - CEE 88/90

GEOMETRIA E TRIGONOMETRIA

FOLHA 9

7ª QUESTÃO

(Continuação)

RESPOSTA

IME - CEE 89/90

GEOMETRIA E TRIGONOMETRIA

FOLHA 10

VALOR: 1,0

8ª QUESTÃO

Os lados de um triângulo estão em progressão aritmética e o lado intermediário mede 2. Sabendo-se que o maior ângulo excede o menor em  $90^\circ$ , calcule a razão entre os lados.

SOLUÇÃO

IME - CEE 89/90

GEOMETRIA E TRIGONOMETRIA

FOLHA 11

9ª QUESTÃO

VALOR: 1,0

Prove que as tangentes ao círculo circunscrito a um triângulo, passando nos seus vértices, interceptam os lados opostos em três pontos colineares.

SOLUÇÃO

10<sup>ª</sup> QUESTÃO

Seja um triângulo ABC cujos lados são tangentes a uma parábola. Prove que o círculo circunscrito ao triângulo passa pelo foco.

SOLUÇÃO