PROVA DE GEOMETRIA E TRIGONOMETRIA

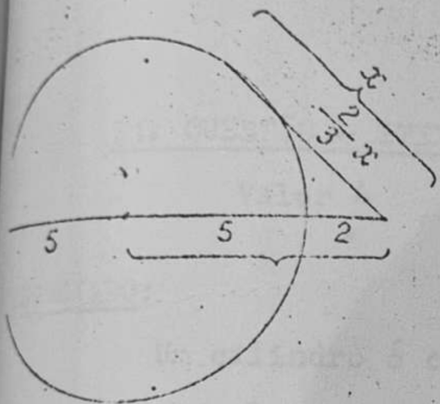
1a. QUESTÃO - ITEM 1

Valor 4

ENUNCIADO:

Por um ponto distante 7 cm do centro de uma circunferência de 5cm de raio traça-se uma secante de modo que sua parte externa é 2/3 da secante total. Calcular o comprimento da secante.

SOLUÇÃO:



$$12.2 = x.2/3\ x$$

$$24 = x^2.2/3$$

$$x^2 = 3 \times 24/2 = 36 \quad \therefore \quad x = 6$$

RESPOSTA: $\boxed{6 \text{ cm}}$

1a. QUESTÃO - ITEM 2

Valor 4

ENUNCIADO:

O volume de uma cunha esférica é igual ao volume do cubo inscrito na mesma esfera. Calcular o ângulo da cunha.

SOLUÇÃO:

$$d = \ell\sqrt{3} \qquad V_{cubo} = \ell^3 \qquad V_{cunha} = \frac{\pi R^3 n}{270}$$

$$\therefore \quad R = \ell\sqrt{3}/2 \qquad \ell^3 = \frac{\pi\, 3\sqrt{3}\, \ell^3\, n}{8 \times 270} \quad \therefore \quad n = \frac{270 \times 8}{3\sqrt{3}\pi}$$

RESPOSTA: $\boxed{\dfrac{240\sqrt{3}}{\pi}}$

1a. QUESTÃO - ITEM 3

Valor 4

ENUNCIADO:

Num triângulo retângulo a mediana traçada do vértice reto vale que fração da hipotenusa ?

SOLUÇÃO:

(Não requer cálculo : a hipotenusa é o diâmetro do círculo circunscrito)

RESPOSTA: $\boxed{1/2}$

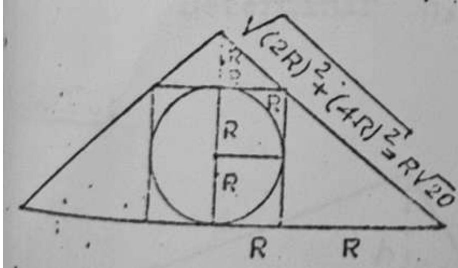
1a. QUESTÃO - ITEM 4

Valor 4

ENUNCIADO:

Um cilindro é circunscrito a uma esfera de raio R. Um cone é circunscrito a êsse cilindro de modo que sua altura seja 4R. Calcular a relação entre a área lateral do cone e a área da esfera.

SOLUÇÃO:



$$\frac{\text{área lateral do cone}}{\text{área da esfera}} = \frac{\pi \times 2R \times R\sqrt{20}}{4\pi R^2}$$

$$= \sqrt{20}/2 = 2\sqrt{5}/2 = \sqrt{5}$$

RESPOSTA: $\boxed{\sqrt{5}}$

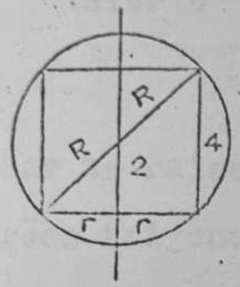
1a. QUESTÃO - ITEM 5

Valor 4

ENUNCIADO:

Inscreve-se um cilindro circular reto numa esfera. Calcular o raio da esfera sabendo que a altura do cilindro é 4m e que a relação entre o raio da base e o raio da esfera é $\sqrt{3}/2$.

SOLUÇÃO:



$$r/R = \sqrt{3}/2$$

$$r^2 + 4 = R^2$$

$$r = \sqrt{3}/2\ R$$

$$r^2 = 3/4\ R^2$$

$$4 = 1/4\ R^2 \quad \therefore \quad R^2 = 16 \quad \therefore \quad R = 4$$

RESPOSTA: $\boxed{4\ m}$

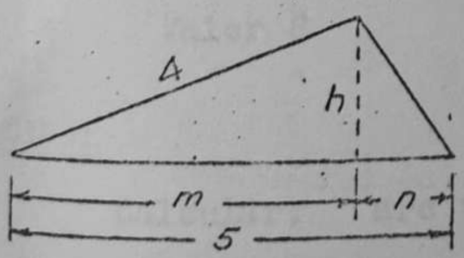
1a. QUESTÃO - ITEM 6

Valôr 3

ENUNCIADO:

Determinar h, m e n no triângulo abaixo:

SOLUÇÃO:



$$h = \sqrt{mn}$$

$$m + n = 5$$

$$h^2 + m^2 = 16$$

$$h^2 + n^2 = 9$$

$$m^2 - n^2 = 7 = (m+n)\ (m-n) = 5\ (m-n)$$

$$m - n = 7/5$$

$$2m = 5 + 7/5 = 32/5 \quad \therefore \quad m = 3,2$$

$n = 5 - 3{,}2 = 1{,}8 \qquad h = \sqrt{1{,}8 \times 3{,}2} = 2{,}4$

RESPOSTA:

$h = \boxed{2{,}4}$

$m = \boxed{3{,}2}$

$n = \boxed{1{,}8}$

1a. QUESTÃO - ITEM 7

Valor 4

ENUNCIADO:

Dar as raízes completas da equação: $x^5 = 32$ em têrmos de funções trigonométricas

RESPOSTA:

$\boxed{2(\cos 0^\circ + j \operatorname{sen} 0^\circ)}$

$\boxed{2(\cos 72^\circ + j \operatorname{sen} 72^\circ)}$

$\boxed{2(\cos 144^\circ + j \operatorname{sen} 144^\circ)}$

$\boxed{2(\cos 216^\circ + j \operatorname{sen} 216^\circ)}$

$\boxed{2(\cos 288^\circ + j \operatorname{sen} 288^\circ)}$

1a. QUESTÃO - ITEM 8

Valor 8

ENUNCIADO:

Calcular: $\operatorname{arc\,tg} 1/7 + 2 \operatorname{arc\,tg} 1/3 =$

$\operatorname{arc\,tg} 1/7 + 2 \operatorname{arc\,tg} 1/3$

$$\operatorname{tg} 2a = \frac{2 \operatorname{tg} a}{1 - \operatorname{tg}^2 a} \;\therefore\; \operatorname{tg}(2 \operatorname{arc\,tg} 1/3) = \frac{2/3}{1 - 1/9} = \frac{3}{4}$$

$$tg\,(arc\;tg\;1/7 + 2\;arc\;tg\;1/3) = \frac{1/7 + 3/4}{1 - 1/7 \times 3/4} = \frac{25/28}{1 - 3/28} = \frac{25/28}{25/28} = 1$$

$$arc\;tg\;1/7 + 2\;arc\;tg\;1/3 = \pi/4$$

RESPOSTA: $\boxed{\pi/4 \text{ ou } 45^\circ}$

arc tg 1

1ª. QUESTÃO – ITEM 9

Valor 4

ENUNCIADO:

Dar módulo e direção da soma dos seguintes vetores:

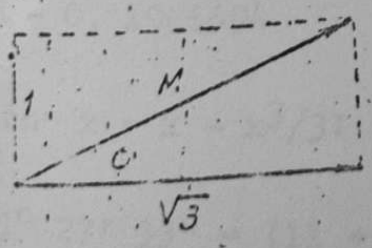
de módulo $\sqrt{3}$ na direção do eixo dos xx

de módulo 1 na direção do eixo dos yy

SOLUÇÃO:

módulo da soma $\boxed{2}$

direção da soma $\boxed{30^\circ}$ com o eixo dos xx



$$M = \sqrt{3 + 1} = 2$$

$$\phi = arc\;tg\;1/\sqrt{3} = 30^\circ$$

RESPOSTA:

módulo da soma $\boxed{2}$

direção da soma $\boxed{30^\circ}$

1a. QUESTÃO - ITEM 10

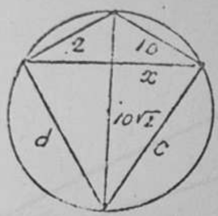
Valor 4

ENUNCIADO:

Em um círculo de $10\sqrt{2}$ cm de diâmetro temos duas cordas de 2 cm e 10 cm. Achar a corda do arco soma dos arcos das cordas anteriores.

SOLUÇÃO:

$$x \cdot 10\sqrt{2} = 10\ d + 2\ c$$
$$c = \sqrt{200 - 100} = 10$$
$$d = \sqrt{200 - 4} = 14$$
$$x \cdot 10\sqrt{2} = 140 + 20 = 160$$
$$x = 160 = 16\sqrt{2}/2 = 8\sqrt{2}$$



RESPOSTA: $\boxed{8\sqrt{2} = 11{,}31 \text{ cm}}$

2a. QUESTÃO - ITEM 1

Valor 9

ENUNCIADO:

Calcular sen 11° 27' 33" com êrro inferior a um milionésimo.

SOLUÇÃO:

R - 0, 1986694

$$\operatorname{sen} x = x - x^3/3! + x^5/5! - x^7/7! + \ldots -.$$

$$11^\circ\ 27'\ 33'' = (11 + 27/60 + 33/3600)^\circ = (41.253/3.600)^\circ = 0{,}2 \text{ rad}$$

$$x = 0{,}2000000$$

$$-x^3/3! = 8 \times 10^{-3}/1.2.3.$$

$$x^5/5! = 32 \times 10^{-5}/1.2.3.4.5$$
$$= 0,1986694$$

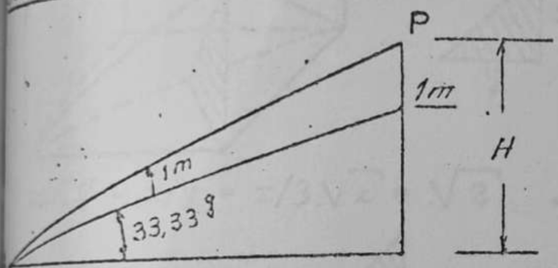
$$0,2000000 + 8 \times 10^{-3}/1.2.3 + 32 \times 10^{-5}/1.2.3.4.5$$
$$= 0,1986694$$

RESPOSTA: 0,1986694

2a. QUESTÃO - ITEM 2

Valor 18

SOLUÇÃO:

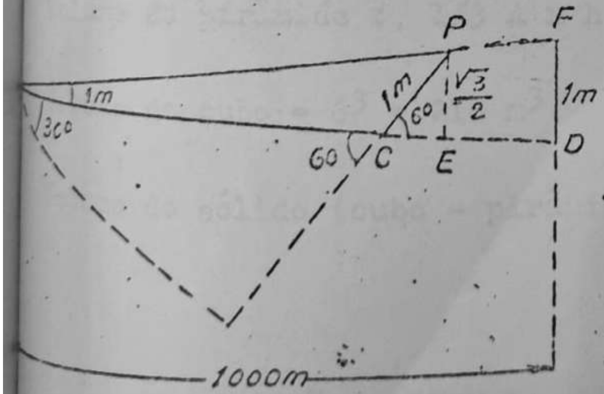


Observação: 1m lê-se um milésimo

33,33g lê-se 33,33 grados

Calcular: - a altura H do ponto P

- a distância horizontal de A a P.



R ~ 434 m

~ 750 m

$$\frac{\overline{AD}}{\overline{AE}} = \frac{1}{\sqrt{3}/2} = 2/\sqrt{3}$$

$$\overline{AD} = 1000 \quad \therefore \quad \overline{AE} = 866 \text{ m}$$

$$\overline{AC} = \overline{AE} - \overline{CE} = 866 - 0,5 = 865,5$$

$$H = AC \operatorname{Sen} 30^\circ + 1 = \frac{865,5 + 1}{2} = 433,75$$

RESPOSTA: 433,75 m

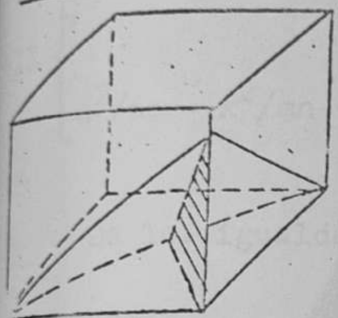
2ª QUESTÃO - ITEM 3

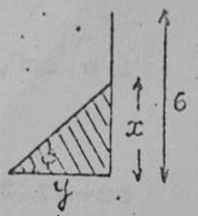
Valor

ENUNCIADO:

Pela diagonal de uma das faces de um cubo de aresta igual a 6m faz-se passar um plano que forme com esta face um diedro de arc tg $\sqrt{2}$. Calcular os volumes dos sólidos em que fica decomposto o cubo.

SOLUÇÃO:





R - 36 m^3

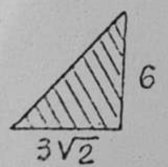
180 m^3 e

$\emptyset$ = artan $\sqrt{2}$

$y = \dfrac{\ell\sqrt{2}}{2} = \dfrac{6\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}$

$\tan\emptyset = x/y = x/3\sqrt{2} = \sqrt{2}$ $\therefore$ $x = 6$

Temos então:



Volume da pirâmide :. $1/3\ A \times h = 1/3 \times 6 \times 6/2 \times 6 = 36$ m^3

Volume do cubo = $6^3 = 216$ m^3

Volume do sólido (cubo - pirâmide) = $216 - 36 = 180$ m^3

RESPOSTA:

180 m^3

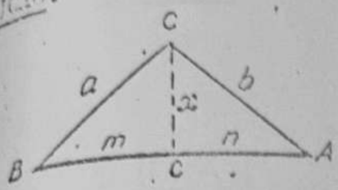
3ª. QUESTÃO - ITEM 1

Valor 10

ENUNCIADO:

Determinar a bissetriz do ângulo maior de um triângulo cujo perímetro é 38 m e cujos lados são proporcionais a 4, 6 e 9.

SOLUÇÃO:



$$\text{I}\begin{cases} a + b + c = 38 \\ a/4 = b/6 = c/9 \end{cases}$$

Dêste sistema tira-se

$$\begin{cases} a = 8 \\ b = 12 \\ c = 18 \end{cases}$$

$$\text{II}\begin{cases} m/a = n/b & \text{(Propriedade da bissetriz)} \\ a^2/mc - x^2/mn + b^2/mc = 1 & \text{(Teorema de Stewart)} \end{cases}$$

Da 1a. igualdade tira-se

$$\begin{cases} n = 10{,}8 \\ m = 7{,}2 \end{cases}$$

Levando êsses valores na 2a. igualdade, tira-se $x^2 = 18{,}24$

RESPOSTA:

$$\boxed{x = 4{,}26 \text{ m}}$$

3a. QUESTÃO - ITEM 2

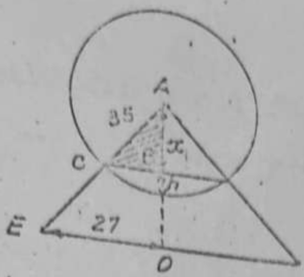
Valor 10

ENUNCIADO:

Um cone de 27 cm de raio e 36 cm de altura tem o vértice no centro de uma esfera de 35 cm de raio. Calcular o volume da porção de espaço comum aos dois sólidos.

SOLUÇÃO:

Secção meridiana



O Volume é do setor esférico

$$\boxed{V = 2/3\ \pi R^2 h}$$

onde $h = 35 - x$

Dos triângulos ABC e ADE :

$x/36 = 35/\overline{AE}$

$\overline{AE} = \sqrt{36^2 + 27^2} = 45$

$x = 36 \cdot 35/45 = 28$

$V = 2/3\, \pi\, 35^2 \cdot 7$

$h = 7$

RESPOSTA: $\boxed{V = 17.950\ cm^3}$

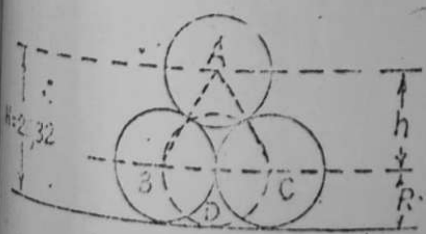
3a. QUESTÃO - ITEM 3

Valor 10

ENUNCIADO:

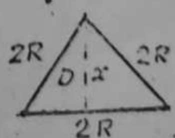
Quatro esferas de raio R são tangentes entre si e três delas estão apoiadas num plano horizontal. A altura do centro da esfera mais alta referida a êsse plano é 26,32 cm. Calcular o raio das esferas.

SOLUÇÃO:

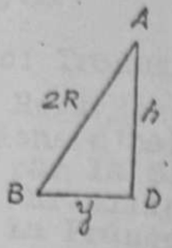


$26,32 = R + h$

Considerando-se o tetraedro regular cujos vértices são os centros das esferas, suas faces são:



A altura do tetraedro h sai do triângulo



onde $y = 2/3\ x$ (propriedade da altura) sendo x a altura do triângulo da base.

Então: $x = \sqrt{4R^2 - R^2}$ $\quad x = R\sqrt{3}$

$y = 2/3\ R\sqrt{3}$.

Do triângulo ABD $\quad h^2 = 4R^2 - y^2 = 4R^2 - 4R^2/3 = 2/3 \cdot 4R^2$

$\therefore\ h = 2R\sqrt{2/3}$

Logo: $26,32 = R + 2R\sqrt{2}/3 = R\,(1 + 2\sqrt{2}/3)$

$$R = \frac{26,32}{1 + 2\,\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}} = \frac{26,32}{2,6\ 32}$$

RESPOSTA: $\boxed{10\ \text{cm}}$