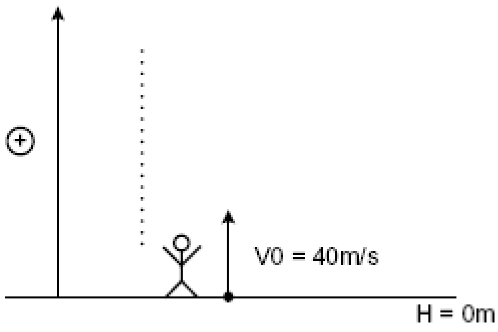
01. No instante $t = 0$, uma fonte sonora que gera um tom com freqüência de 500 Hz é arremessada verticalmente do solo com velocidade inicial de 40 m/s. Pede-se:

a.) a maior e a menor freqüência do som ouvido por um observador estacionário situado muito próximo do local do arremesso;
b.) um esboço do gráfico da freqüência ouvida pelo observador em função do tempo após o lançamento para $0 < t < 10$ s.

Dados: aceleração da gravidade (g) = 10 m/s^2 ;velocidade do som (v_S) = 340 m/s.
Obs.: despreze o atrito da fonte sonora com o ar e suponha que a fonte permaneça imóvel após atingir o solo.

Resolução:



Por efeito doppler:

$$f_{AP} = f_{\text{Real}} \cdot \frac{V_{SOM} \pm \cancel{V_{OBS}}^{\,0}}{V_{SOM} \pm V_{FONTE}}$$

$$f_{AP} = f_{\text{Real}} \cdot \frac{V_{SOM}}{V_{SOM} \pm V_{FONTE}}$$

Note que: $-40\text{m/s} \le \text{V}_{\text{fonte}} \le 40m/s$

$$V_{fonte} = 40m/s \Rightarrow f_{AP}\ mínimo;$$
$$V_{fonte} = -40m/s \Rightarrow f_{AP} máximo;$$

Logo, para

$$f_{AP\,mínimo} = 500.\frac{340}{340+40}$$
$$f_{AP\,mínimo} = 447,4Hz$$

$$f_{AP\,máximo} = 500.\frac{340}{340-40}$$
$$f_{AP\,máximo} = 566,7Hz$$

b) Tempo de Subida:

$\cancel{V}^0 = V_0 - gt_S$

$T_S = \frac{V_0}{g} = \frac{40}{10} \Rightarrow T_{SUB} = 4s$

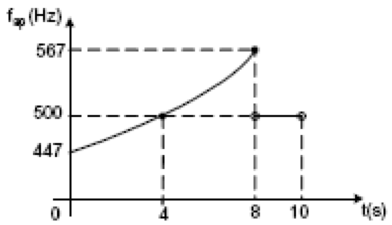
$\Rightarrow T_{Total} = 2T_{SUB} \Rightarrow T_{Total} = 8s$

$f_{AP} = f_0 \cdot \frac{V_{SOM}}{V_{SOM} + (V_0 - gt)},\ para\ 0 \le t \le 8$

$f_{AP} = \frac{500.340}{340 + 40 - 10t}$

$f_{AP} = \frac{500.640}{380 - 10t},\ t < 8$

$f_{AP} = f_0\ para\ 8 \le t \le 10s,\ pois\ V_{Fonte} = V_{Observador}$

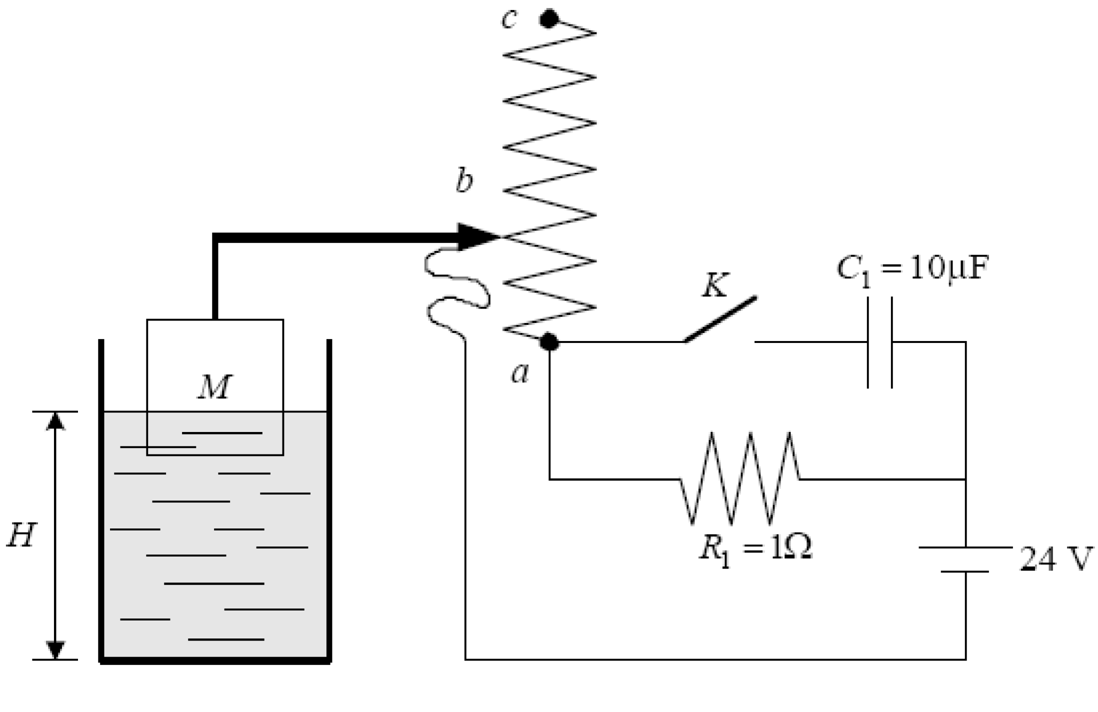


02. A figura ilustra um bloco *M* de madeira com formato cúbico, parcialmente submerso em água, ao qual está fixado um cursor metálico conectado a um circuito elétrico. Na situação inicial, a face do fundo do bloco se encontra a 48 cm da superfície da água, a chave *K* está aberta e o capacitor C_1 descarregado. O comprimento do fio resistivo entre a posição *b* do cursor metálico e o ponto *a* é 10 cm. A potência dissipada no resistor R_1 é 16 W.

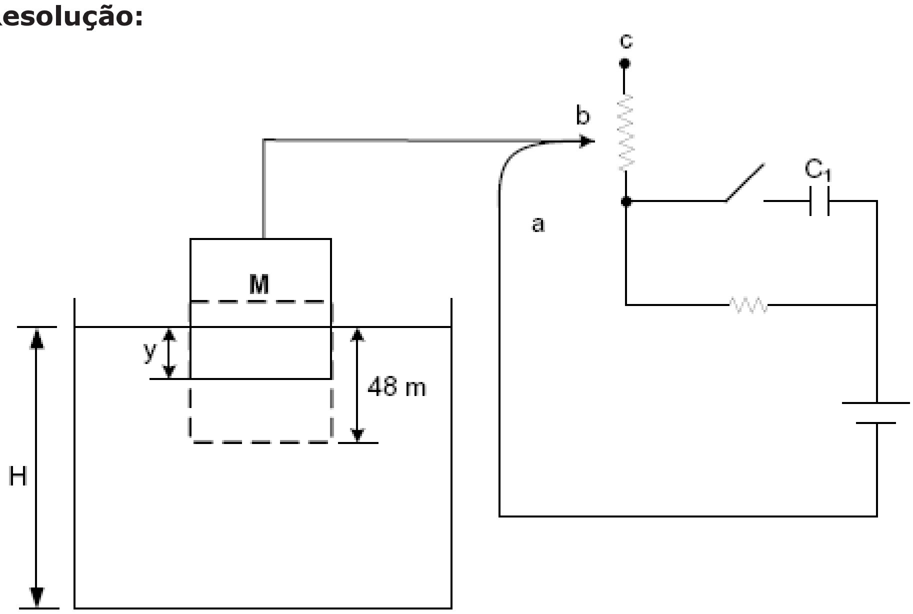
Em determinado instante, a água é substituída por outro líquido mais denso, mantendo-se constante o nível *H* da coluna de água inicialmente existente. Fecha-se a chave *K* e observa-se que, após um longo intervalo de tempo, a energia armazenada em C_1 se estabiliza em 28,8 μJ.

Considerando que a resistência por unidade de comprimento do fio resistivo é constante, determine a massa específica do líquido que substituiu a água.

Dados: aceleração da gravidade (g) = 10 m/s^2;
massa específica da água (μ_a) = 1 g/cm^3.



Resolução:



Cálculo da corrente no resistor R_1:

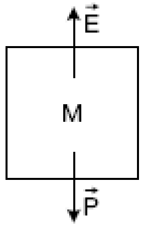
$$P_d = R_1.I_1^2 \Rightarrow I_1^2 = \frac{16}{1};\ I_1 = 4A$$

Temos no circuito que:

$$U = 24V = (R_1 + R)\,i_1$$

$$R = \frac{24}{4} - 1 \Rightarrow R = 5\Omega$$

R é a resistência no fio resistivo entre os pontos b e a, de comprimento igual a 10 cm.
Sobre o bloco M temos as forças:



$$d_{H_2O}.\cancel{g}.V_1 = d_{liq}.\cancel{g}.V_2 = P$$

Onde V_1 e V_2 são os volumes deslocados de água e do líquido, respectivamente:

$1.\cancel{S}.48 = d_{liq}.\cancel{S}.y$ (S = secção do cubo)

(y é distância da base do cubo à superfície do líquido).
Nesse caso, a distância entre os pontos a e b do fio resistivo passa a ser (48 – y) +10. Calculando a resistência:

$$\frac{R}{10} = \frac{R'}{10 + (48 - y)} \Rightarrow R = \frac{[10 + (48 - y)]}{10}$$

$$\Rightarrow R = \frac{58 - y}{2}(I)$$

Após fechar a chave K, a energia armazenada no capacitor C_1 passa a ser:

$$E = \frac{C_1 U_1^2}{2} \Rightarrow 28,8\mu J = 10\mu.U^3 \Rightarrow U_1^2 = 5,76$$

$$\Rightarrow U_1 = 2,4v$$

Mas $U_1 = R_1.i_1 \Rightarrow i_1 = 2,4A$

Temos $24 = 2,4 + R'.2,4 \Rightarrow R' = \frac{21,6}{2,4} = 9\Omega$

Substituindo (II) e (I), temos:

$$9 = \frac{58-y}{2} \therefore y = 40 \Rightarrow \mu = \frac{48}{40} = 1,2g/cm^3$$

03. Um pequeno corpo é abandonado com velocidade inicial nula no ponto *A* de uma rampa, conforme ilustra a Figura 1. No instante em que esse corpo passa pelo ponto *P*, um dispositivo provoca o fechamento da chave *S1* do circuito elétrico apresentado na Figura 2.

No instante em que o resistor R_1 desse circuito atinge o consumo de 0,05 W·h, um percussor é disparado, perpendicularmente ao trecho plano *B-C*, com o objetivo de atingir o corpo mencionado. Sabe-se que ao percorrer a distância *d* mostrada na Figura 1, o corpo tem sua velocidade reduzida a 1/3 da alcançada no ponto *B*. Considerando que os trechos *A-B* e *P-C* não possuem atrito e que o corpo permanece em contato com o solo até o choque, determine o ângulo de inclinação θ da rampa para que o corpo seja atingido pelo percussor.

Dado: aceleração da gravidade (g) = 10 m/s^2 .

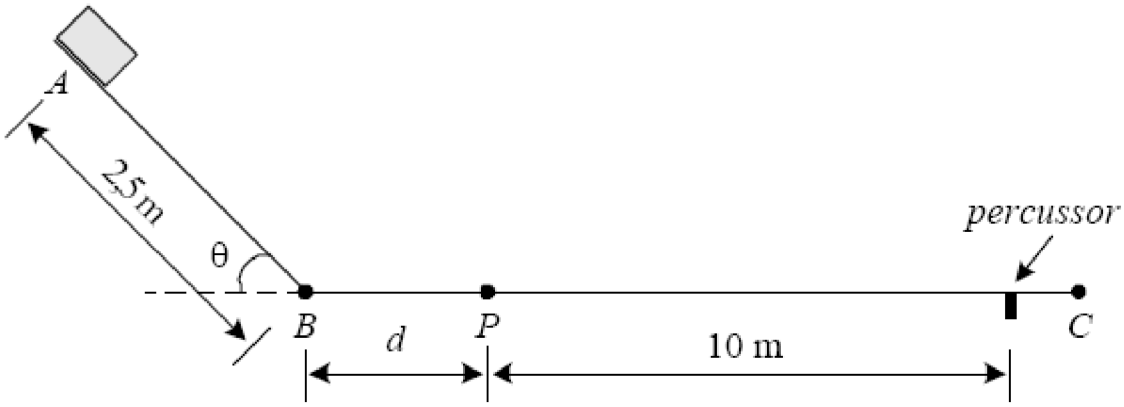


Figura 1

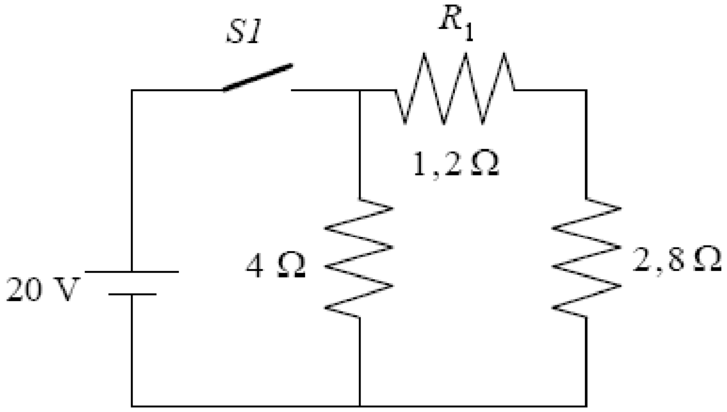


Figura 2

Resolução

• Cálculo da Velocidade do corpo no ponto B (base da rampa) aceleração: a = g sen θ = 10 sen θ

$$v_B^2 = V_A^2 + 2.a.\Delta S$$

$$v_B^2 = 2.10.sen\theta.2,5 = 50.sen\theta (m^2/s^2)$$

• Velocidade no ponto P

$$v_p = \frac{v_B}{3} \ (dado)$$

• Cálculo do tempo para o lançamento do percussor.

$$\varepsilon = R_{eq}.i$$

$$20 = 2i \ \Rightarrow i = 10A$$

Potência dissipada no resistor R_1

$$Pot = R_1 i_1^2$$

$$Pot = 1,2 . 5^2 = 30W$$

Portanto: $\Delta t = \dfrac{E}{Pot} = \dfrac{0,05W.3600s}{30} \Rightarrow \Delta t = 6s$

Movimento uniforme após P:

$$\Delta s = \frac{v_B}{3}.\Delta t$$

$$10 = \frac{v_B}{3}.6$$

$$V_B = 5m/s$$

Substituindo V_B em (*), vem:

$$50\,sen\,\theta = 25$$

$$sen\,\theta = \frac{1}{2} \;\therefore \theta = 30^{\circ}$$

04. Uma mola com constante elástica *k*, presa somente a uma parede vertical, encontra-se inicialmente comprimida em 10 cm por um bloco de massa *m* = 4 kg, conforme apresenta a figura abaixo. O bloco é liberado e percorre uma superfície horizontal lisa OA sem atrito. Em seguida, o bloco percorre, até atingir o repouso, parte da superfície rugosa de uma viga com 4 m de comprimento, feita de material uniforme e homogêneo, com o perfil mostrado na figura.

Sabendo que a força normal por unidade de área no tirante CD de seção reta $10\ mm^2$ é de 15 MPa na posição de repouso do bloco sobre a viga, determine o valor da constante elástica *k* da mola.

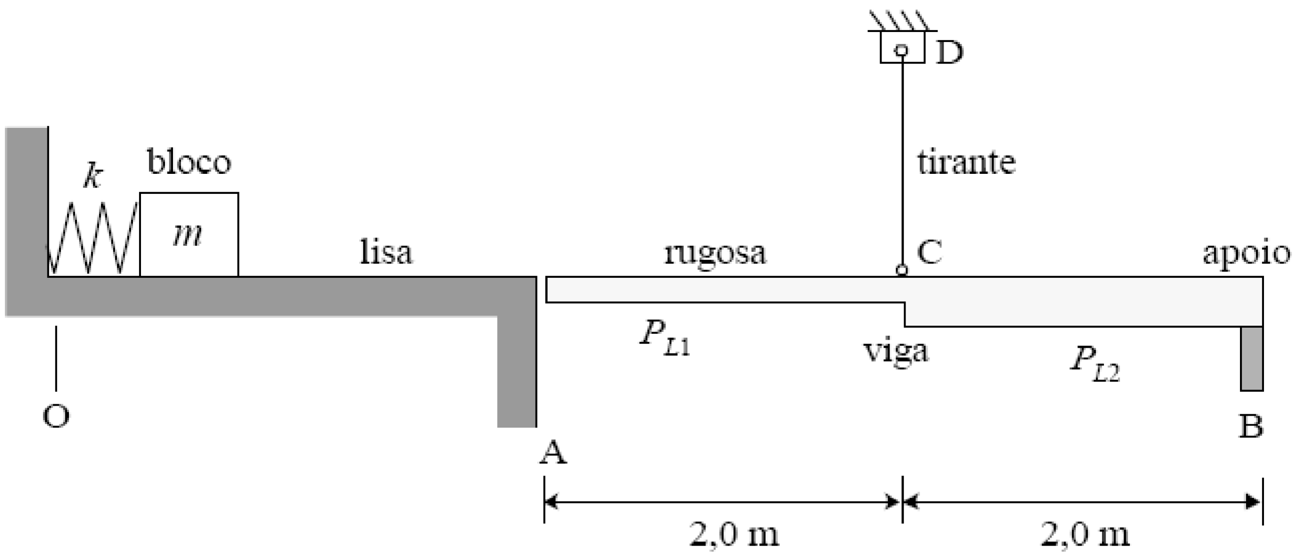
Dados: pesos por unidade de comprimento da viga $(P_{L1}) = 20N/m$ e $(P_{L2}) = 40N/m$

coeficiente de atrito cinético $(\mu_c) = 0,50$;

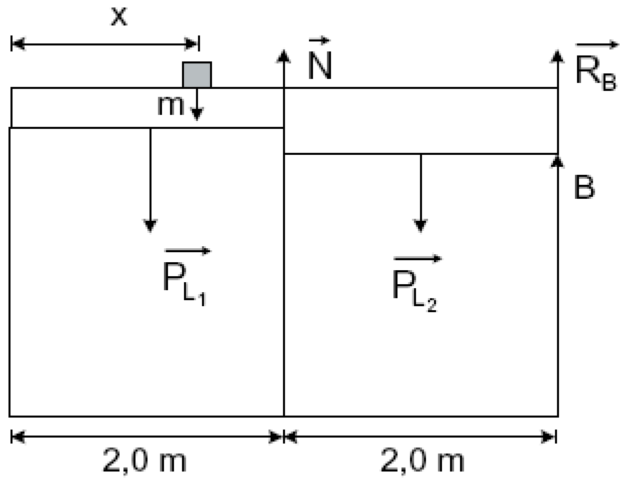
aceleração da gravidade 2 (*g*) =10 m/s ;

1 Pa = 10^5N/m

Obs.: o tirante não prejudica o movimento do bloco.



Resolução



Conservação de energia do instante

$\frac{Kx'^2}{2} = \frac{m v_0^2}{2} \Rightarrow kx'^2 = mv_0^2$ (I) em que o bloco é solto até A.

No trecho rugoso até parar:

$$\left.\begin{cases} \cancel{v_f^2}^{\,0} = v_0^2 - 2a\Delta s \\ \Delta s = x \\ a = \mu_C g \end{cases}\right\} v_0^2 = 2\mu_C g x\,(II)$$

$$kx'^2 = 2m\mu_C g x$$

$$\Rightarrow k = \frac{2m\mu_C g x}{x'^2}\ (III)$$

Na condição de equilíbrio, temos:

$$\left.\begin{cases} N + R_B = P_{L1} + P_{L2} + mg\left(\sum F_y = o\right) \\ (mg)(4-x) + P_{L1}.(3) + P_{L2}(1) = N.2\left(\sum M_B = 0\right) \end{cases}\right\}$$

$$N = 150N(dado\, do\, problema)$$

$$40(4-x) = 40.3 + 50 = N.2$$

$$40[4 - x + 3 + 2] = N.2$$

$$20(9-x) = 150$$

$$x = 9 - \frac{15\cancel{0}}{2\cancel{0}} = 2,5c,$$

$$Então: k = \frac{2.4.0,5.10.1,5}{(0,1)^2} = 6000N/m$$

05. A Figura 1 ilustra uma bateria, modelada através de uma fonte de tensão elétrica V_F em série com um resistor R_S, conectada a um voltímetro *V*, cuja leitura indica 24 V. Essa bateria é ligada em série com o amperímetro *A* e com um circuito composto por uma resistência de aquecimento R_A em paralelo com uma resistência R_B, conforme mostra a Figura 2. A resistência R_A encontra-se imersa em 0,2 L de um líquido com massa específica de 1,2 g/cm^3.

Inicialmente, as chaves *S1* e *S2* da Figura 2 encontram-se abertas. A chave *S1* é acionada.

Observa-se que o amperímetro indica 2 A e que a temperatura do líquido se eleva de 10 ºC para 40 ºC em 30 minutos. Em seguida, a chave *S2* é fechada e o amperímetro passa a indicar 2,4 A.

Considerando que não exista perda de energia no aquecimento da água e que o voltímetro e o amperímetro sejam ideais, determine:

a. a resistência *RA* em ohms;

b. a resistência *RS* em ohms;

c. a resistência R_B em ohms.

Dados: calor específico do líquido ( ) 2 cal/(gºC);
1 cal $\cong$ 4 J.

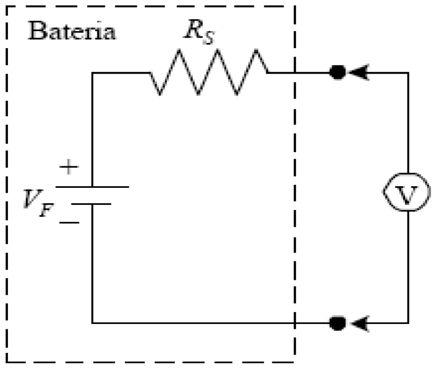


Figura 1

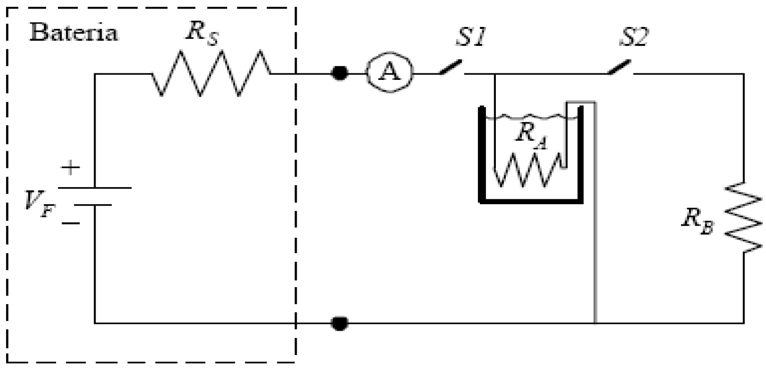


Figura 2

Resolução

Indicação do Voltímetro

$V = V_F - R_S.i \Rightarrow V = 24V$

Massa do líquido no recipiente

$m = d.V$

$m = 1,2\,g/cm^3.0,2.\,1000cm^3 = 240g$

Quantidade de calor liberado na resistência R_A

$Q = m.c.10$

$Q = 240.2.30 = 14400cal$

$Q = 14400.4 = 5,76.10^4 J$

Potência dissipada na resistência R_A

$$Pot = \frac{Q}{\Delta T}$$

$$Pot = \frac{5,76.10^4}{30.60} = 32W$$

$Pot = R_A.I_A^2$

$32 = R_A.2^2 \Rightarrow R_A = 8\Omega$

Inicialmente, temos (Figura 1):

$i = 0 \Rightarrow V = V_F = 24V$

Nesse caso,temos:

$V_F = (R_A + R_S).i$

$V_F = (8 + R_S).2$

$V_F = 16 + 2R_S \Rightarrow R_S = 4\Omega$

Com as chaves S_1 e S_2 fechadas, temos:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_A} = \frac{1}{R_B} \Rightarrow R_{eq} = \frac{R_A R_B}{R_A + R_B}$$

$(R_A \, e \, R_B \text{ associados em paralelos})$

$$R_{eq} = \frac{8R_B}{8 + R_B}$$

Daí, vem:

$$V_F = (R_S + R_{eq}).\, i$$

$$V_F = \left(R_S + \frac{8R_B}{8 + R_B}\right).i$$

$$24 = \left(4 + \frac{8R_B}{8 + R_B}\right).\, 2,4$$

$$\frac{8R_B}{8 + R_B} = 6 \qquad \Rightarrow R_B = 24\Omega$$

06. Uma massa *m* de ar, inicialmente a uma pressão de 3 atm, ocupa 0,1 m^3 em um balão. Este gás é expandido isobaricamente até um volume de 0,2 m^3 e, em seguida, ocorre uma nova expansão através de um processo isotérmico, sendo o trabalho realizado pelo gás durante esta última expansão igual a 66000 J. Determine:

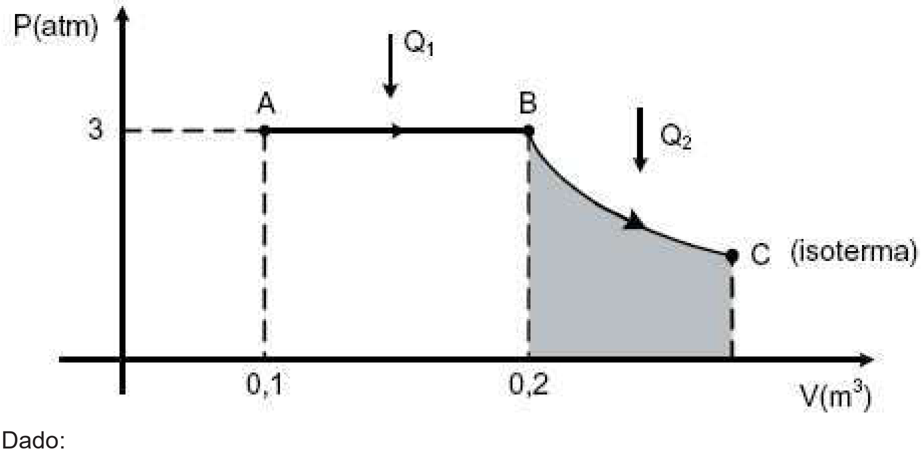
a. o trabalho total realizado em joules pelo gás durante todo o processo de expansão;

b. o calor total associado às duas expansões, interpretando fisicamente o sinal desta grandeza.

$$\text{Dados: } 1\,\text{atm} = 1\ \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}, 1\,\text{kgf} = 10\,\text{N e } \gamma = \frac{C_p}{C_v} = 1,4.$$

Obs.: suponha que o ar nestas condições possa ser considerado como gás ideal.

Resolução



Dado:
TBC = 66.000 J; Cp = 1,4 Cv

a)

$$T_{A\to C} = T_{AB} + T_{BC}$$

$$T_{AB} = P\Delta V = 3,10^5.0,1 = 3.10^4\,J$$

$$T_{BC} = 6,6.10^4\,J$$

$$T_{Total} = 9,6.10^4\,J$$

b)

$(P\Delta V) = nR\,\Delta T$

$C_P - C_V = nR$

$0,4C_V = nR$

$C_V = \frac{10}{4}nR$

$Q_1 = C_P\Delta T = C_V\Delta T + P\Delta V$

$Q_1 = \frac{10}{4}nR\Delta T + P\Delta V$

$Q_1 = \frac{10}{4}(P\Delta V) + (P\Delta V)$

$Q_1 = \frac{14}{4}P\Delta V = \frac{14}{4}.3.10^4 = 1,05.10^5\,J$

$Q_2 = T_{BC}$ *pois* $\Delta U = 0\,(isoterma)$

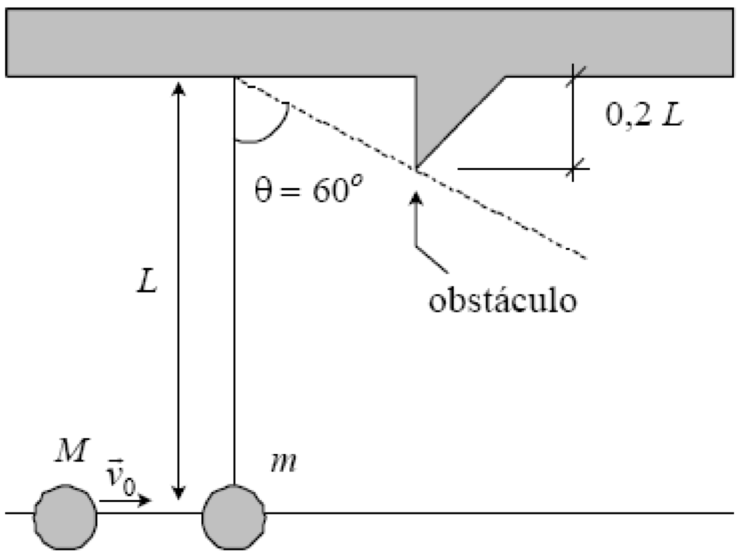
$Q_{Total} = Q_1 + Q_2 = 105.000 + 66.00 = 171kJ$

$Q_{Total} > 0$ significa que o sistema recebe calor e realiza trabalho de expansão

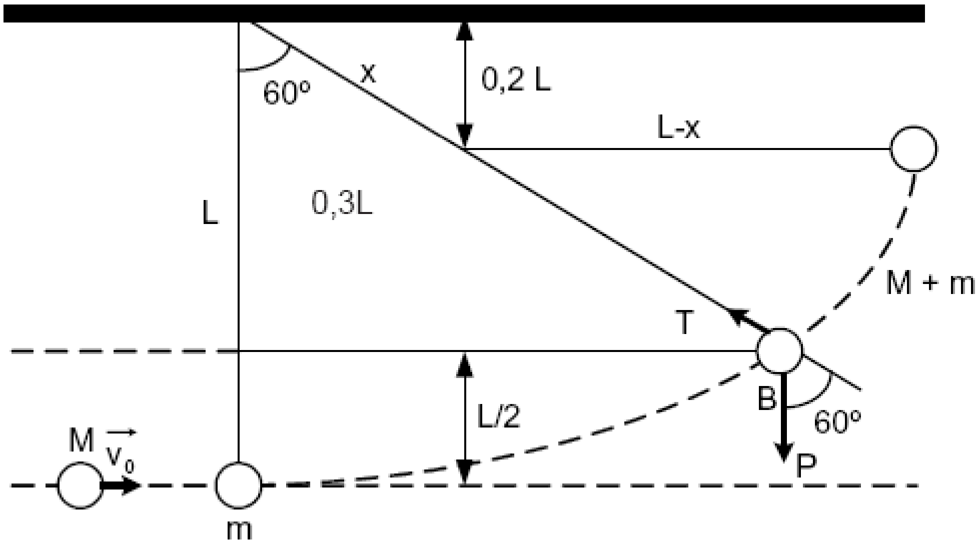
07. Um pêndulo com comprimento L = 1 m, inicialmente em repouso, sustenta uma partícula com massa m = 1 kg. Uma segunda partícula com massa M = 1 kg movimenta-se na direção horizontal com velocidade constante v_0 até realizar um choque perfeitamente inelástico com a primeira. Em função do choque, o pêndulo entra em movimento e atinge um obstáculo, conforme ilustrado na figura. Observa-se que a maior altura alcançada pela partícula sustentada pelo pêndulo é a mesma do ponto inferior do obstáculo. O fio pendular possui massa desprezível e permanece sempre esticado. Considerando a aceleração da gravidade g = 10 m/s^2 e a resistência do ar desprezível, determine:

a.) velocidade v_0 da partícula com massa M antes do choque;

b.) a força que o fio exerce sobre a partícula de massa m imediatamente após o fio bater no obstáculo.



Resolução



Dados:
L = 1m
m = 1kg
M = 1kg
g = 10m/s2

a) Choque Inelástico:
Depois do choque, há conservação da energia mecânica:

$$Q_a = Q_d$$

$$Mv_0 = (M+m)v \qquad (I)$$

$$\frac{\cancel{(M+m)}v^2}{2} = \cancel{(M+m)}\,g0,8L$$

$$v^2 = 16L \Rightarrow v = 4m/s\,(II)$$

Levando (II) em (I), temos:

$$v_0 = \frac{(M+m)}{M}v \quad \Rightarrow v_0 = 8m/s$$

b)

$$T - \frac{P}{2} = F_{cp} = \frac{(M+m)v_b^2}{L-x}$$

$$\therefore T = \frac{P}{2} + \frac{(M+m)v_B^2}{L-x} \quad (III)$$

Da geometria cos 60º = 0,2L/x
x = 0,4m e (L - x) = 0,6m
Mas sabemos da conservação da energia:

$$\frac{\cancel{(m+M)}v^2}{2} = \frac{\cancel{(m+M)}v_B^2}{2} + \frac{\cancel{(m+M)}gL}{2}$$

$$v_B^2 = v^2 - gL \Rightarrow v_B^2 = 6\ (IV)$$

Substituindo (IV em (III):

$$T = \frac{(M+m)}{2}g + \frac{(M+m)}{L-x}6 = 10 + 20 = 30N$$

08. Uma partícula de massa *m* e carga elétrica *q* é arremessada com velocidade escalar *v* numa região entre duas placas de comprimento *d*, onde existe um campo elétrico uniforme , $\overline{\mathrm{E}}$ conforme ilustra a figura. Ao sair da região entre as placas, a partícula entra numa região sujeita a um campo magnético uniforme $\overline{\mathrm{B}}$ e segue uma trajetória igual a uma semicircunferência, retornando à região entre as placas. Pede-se:

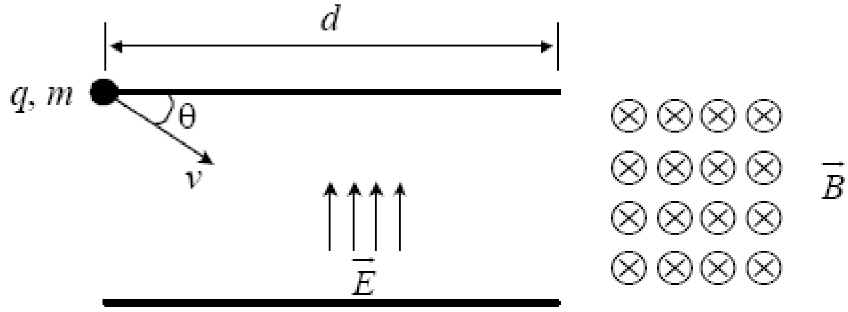
a.) o ângulo θ de arremesso da partícula indicado na figura;

b.) a energia cinética da partícula no instante de seu retorno à região entre as placas;

c.) a faixa de valores de $|\vec{B}|$ para que a partícula volte à região entre as placas;

d.) verificar, justificando, se existe a certeza da partícula se chocar com alguma das placas após regressar à região entre as placas.

Obs.: desconsidere a ação da gravidade.



Resolução

$$F_{EL} = ma_4 \Rightarrow q_E = ma_y \quad \therefore a_y = \frac{q_E}{m}$$

a) $V_y = V_{oy} - a_y \Delta t \;\Rightarrow 0 = V_0 sen\theta - \frac{q_E}{m}.\Delta t$

$$\therefore \Delta t.\frac{q_E}{m} = V_0 sen\theta \;\; (I)$$

Para o eixo x: $d = V\cos\theta.\Delta t \quad \therefore \Delta t = \dfrac{d}{V\cos\theta} \qquad (II)$

(II) em (I):

$$\frac{d}{V\cos\theta}.\frac{q_E}{m} = Vsen\theta$$

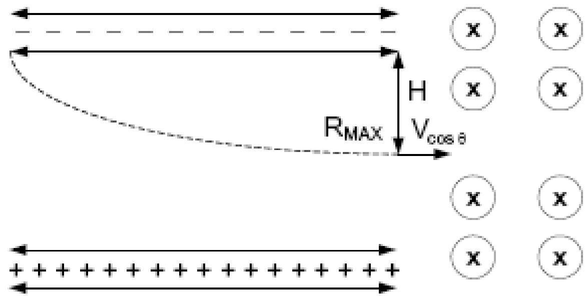
$$2\frac{qEd}{mV^2} = sen2\theta \qquad \therefore \theta = \frac{1}{2} arc\,sen\left(\frac{2qEd}{mV^2}\right)$$

b)

$$W_{F\,mag} = 0 \;\Rightarrow E_{CIN}^{ENT} = E_{CIN}^{SAIDA} = \frac{1}{2}mV^2\cos^2\theta$$

$$E_{CIN}^{SAIDA} = \frac{mV^2}{2}.\cos^2\left(\frac{1}{2} arc\,sen\left(\frac{2qEd}{mV^2}\right)\right)$$

c)



Torricelli em y

$$0^2 = V^2.sen^2\theta - 2ay.H$$

$$V^2 sen^2\theta = 2\frac{qE}{m}.H$$

$$H = \frac{mV^2 sen^2\theta}{2qE}$$

$$F_{mag} = F_{cp} = qBV\cos\theta = \frac{m(V\cos\theta)^2}{R}$$

$$\therefore R = \frac{mV\cos\theta}{qB}$$

$$Mas\ 0 < R < \frac{H}{2}$$

$$0 < \frac{mV\cos\theta}{qB} < \frac{H}{2}$$

$$|B| > \frac{2mV\cos\theta}{qH} \qquad \therefore |B| > \frac{2mV\theta}{q}.\frac{\cos\theta}{\left(\frac{mV^2 sen^2\theta}{2qE}\right)}$$

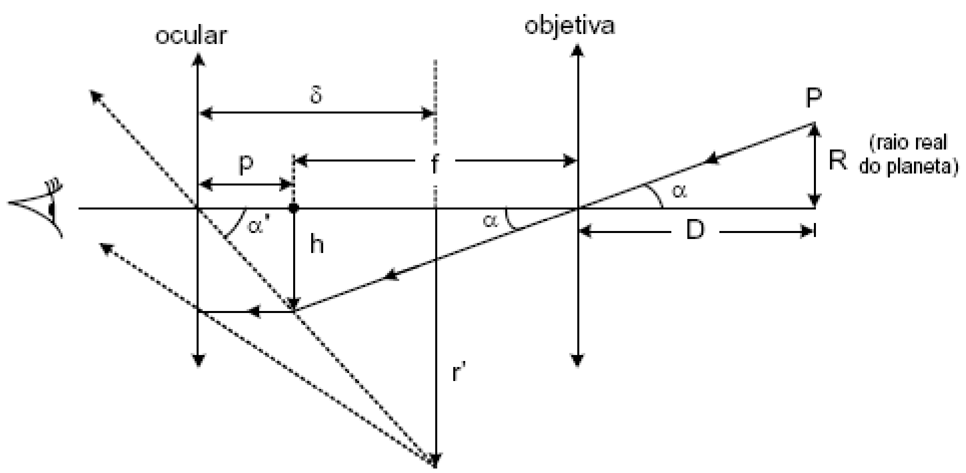
$$\therefore |B| > 4E.\frac{\cos\theta}{V.sen^2\theta},\ em\ que\ \theta = \frac{1}{2} arc\ sen\left(\frac{2qEd}{mV^2}\right)$$

d)Sim, pois os tempos para percorrer a distância horizontal da placa são os mesmos e, pela figura, tanto antes como depois de entrar na região onde no campo magnético o tempo vertical de retorno à placa é inferior ao tempo do movimento para entrar na região do campo magnético.

09. Um explorador espacial sofreu um acidente e encontra-se em um planeta desconhecido. Entre seus equipamentos, ele dispõe de um telescópio, um dinamômetro, um bloco de massa *M* conhecida e um fio de comprimento *L*. O telescópio é composto por uma objetiva e uma ocular com distâncias focais *f* e *f'*, respectivamente. O explorador observou a existência de um satélite no céu deste planeta e o telescópio apresentou uma imagem de diâmetro máximo 2*r*'. Medidas anteriores ao acidente indicavam que o raio deste satélite era, na realidade, *R*. O astronauta determinou que o período de revolução do satélite em torno do planeta era equivalente a 5000 períodos de um pêndulo improvisado com o bloco e o fio. Se o dinamômetro registra que este bloco causa uma força *F* sob efeito da gravidade na superfície do planeta, determine:
a). a massa *M* em função dos parâmetros fornecidos;
b.) o diâmetro *D* deste planeta em função dos parâmetros fornecidos.

Dado: constante de gravitação universal = *G*.

Resolução



a) Na objetiva temos que:

$$A_1 = \frac{R}{D} = \frac{h}{r}$$

$$h = \frac{Rf}{D}$$

Na ocular temos que:

$$A_2 = \frac{r'}{h} = -\frac{p'}{p}$$

$$p' = -\frac{p'h}{r'}$$

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = -\frac{r'}{p'h} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{p'}\left(1 - \frac{r'D}{Rf}\right)$$

$$D = \frac{Rf(f'-p')}{f'r'}$$

Sabemos por $\frac{r'}{h} = -\frac{p'}{p}$ que quanto maior a proximidade do objeto da lente ocular da lente maior será o raio r` da imagem formada pela luneta, dessa forma para termos o raio máximo o objeto da lente ocular deverá estar na distância mínima em que o objeto ainda é nítido, a qual chamaremos de δ.Usualmente toma-se δ = 0,25m. Desse modo chegamos a:

$$D = \frac{Rf(f'+\delta)}{f'r'}$$

Usando-se de que temos a força gravitacional na superfície e uma relação entre os períodos, ficamos com:

$$G\frac{M_P M}{d^2} = F \rightarrow \frac{F}{M} = \frac{GM_P}{d^2}$$

$$T_P = 5000T_{pêndulo}$$

$$2\pi\sqrt{\frac{D^3}{GM_P}} = 5000.2\pi\sqrt{\frac{LM}{F}}$$

$$M_P = \frac{F}{GML.5^2.10^2}\left(\frac{Rf(f'+\delta)}{f'r'}\right)$$

b) Como temos a força gravitacional na superfície, podemos achar o raio do planeta:

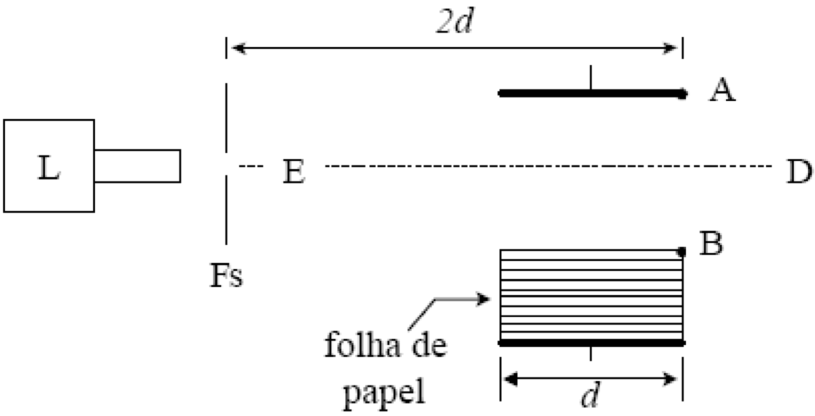
$$F = G\frac{M_P M}{d^2} \rightarrow d = \sqrt{\frac{GM_P M}{F}}$$

$$Diâmetro = 2d = 2\sqrt{\frac{GM_P M}{F}} = 4.10^{-4}\sqrt{\frac{1}{L}\left(\frac{Rf(f'+\delta)}{f'r'}\right)^3}$$

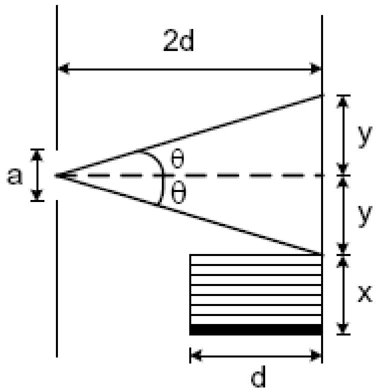
10. A figura ilustra uma empacotadora de papel que utiliza um capacitor de placas quadradas e paralelas para empilhar a quantidade exata de folhas contidas em cada embalagem. Ao atingir a altura limite do bloco de papel, o laser L acoplado à fenda simples Fs projeta os mínimos de intensidade de difração de primeira ordem nos pontos A e B, eqüidistantes da linha tracejada ED. Sabendo que cada folha de papel possui uma espessura *ef*, determine o número de folhas contidas em cada embalagem.

Dados: comprimento de onda do laser ; = λ
largura da fenda simples = *a*;
distância entre a fenda e a reta AB = 2*d*;
área da superfície das placas do capacitor = d^2;
permissividade do vácuo = ε_0;
permissividade do papel = ε;

capacitância do capacitor com o limite máximo de folhas de papel = C.
Obs.: despreze o efeito da borda do capacitor.



Resolução



Para o 1º mínimo, temos:
1º mínimo

$$A.sen\,\theta = 1\lambda$$

$$sen\theta = tg\theta = \frac{y}{2d}$$

$$\frac{ay}{2d} = \lambda$$

$$Y = \frac{2\lambda d}{a}$$

Temos uma capacitância equivalente a uma série.

$$R = \frac{mV}{qB}$$

$$C_{papel} = \frac{\varepsilon d^2}{x}$$

$$C_{vácuo} = \frac{\varepsilon d^2}{y}$$

$$C = \frac{C_{Papel} . C_{Vácuo}}{C_{Papel} + C_{Vácuo}}$$

$$C = \frac{\frac{Ed^2}{x} . \frac{Ed^2}{2y}}{\frac{\cancel{Ed^2}}{x} . \frac{\cancel{Ed^2}}{2y}}$$

$$C = \frac{\varepsilon . \varepsilon_0 d^2}{\varepsilon . 2y - \varepsilon_0 x}$$

$$Daí, \ x = \frac{\varepsilon . \varepsilon_0 d^2 - C.\varepsilon.2y}{CE_0}$$

$$Mas \ 2y = \frac{4\lambda d}{a} \ \Rightarrow x = \frac{\varepsilon . \varepsilon_0 d^2 - \frac{C\varepsilon 4\lambda d}{a}}{C\varepsilon_0}$$

$$\Rightarrow x = \frac{\varepsilon . \varepsilon_0 a d^2 - C\varepsilon 4\lambda d}{C\varepsilon_0 . a}$$

O número de folhas é dado por:

$$N = \frac{x}{e_r} = \varepsilon d \left(\frac{\varepsilon_0 a d - C.4\lambda}{C.\varepsilon_0 a e_f} \right)$$

Cortesia: Resoluções Alferes Vestibulares