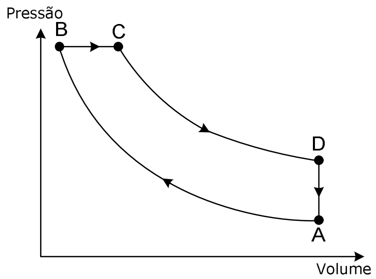
01) (IME 2006) O ciclo Diesel, representado na figura abaixo, corresponde ao que ocorre num motor Diesel de quatro tempos: o trecho AB representa a compressão adiabática da mistura de ar e vapor de óleo Diesel; BC representa o aquecimento a pressão constante, permitindo que o combustível injetado se inflame sem a necessidade de uma centelha de ignição; CD é a expansão adiabática dos gases aquecidos movendo o pistão e DA simboliza a queda de pressão associada à exaustão dos gases da combustão.
A mistura é tratada como uma gás ideal de coeficiente adiabático γ. Considerando que T_A, T_B, T_C e T_D representam as temperaturas, respectivamente, nos pontos A, B, C e D, mostre que o rendimento do ciclo Diesel é dado por:

$$\eta = 1 - \frac{1}{\gamma}\left(\frac{T_D - T_A}{T_C - T_B}\right)$$



RESOLUÇÃO DA QUESTÃO 01:

$$\eta = \frac{\tau_{CICLO}}{|Q_q|} = 1 - \frac{|Q_F|}{|Q_q|} \quad (1)$$

$Q_{CD} = Q_{AB} = 0$ (T. isobáricas)

$|Q_F| = |Q_{DA}| = |n\,c_v(T_A - T_D)|$ (T. isocórica) (2), com $T_D > T_A$

$|Q_q| = |Q_{BC}| = |n\,c_p(T_C - T_D)|$ (T. isobárica) (3), com $T_C > T_D$

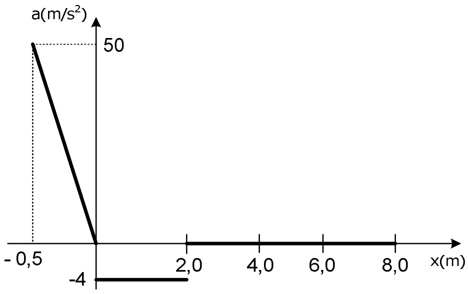
Substituindo (2) e (3) em (1), tem-se

$$\eta = 1 - \frac{c_v}{c_p}\frac{(T_D - T_A)}{(T_C - T_D)}$$

Como $\frac{c_p}{c_v} = \gamma$, $\boxed{\eta = 1 - \frac{1}{\gamma}\frac{(T_D - T_A)}{(T_C - T_D)}}$ como queríamos mostrar.

---

02) (IME 2006) Um corpo de 500g de massa está inicialmente ligado a uma mola. O seu movimento é registrado pelo gráfico abaixo, que mostra a aceleração em função da posição, a partir do ponto em que a mola se encontra com compressão máxima. A abscissa x = 0 corresponde à posição em que a deformação da mola é nula. Nesta posição, o corpo foi completamente liberado da mola e ficou submetido à aceleração registrada no gráfico. Determine:



a) a variação da quantidade de movimento nos 2s após o corpo ser liberado da mola;

b) o trabalho total realizado desde o começo do registro em x = - 0,5m até x = 3m.

RESOLUÇÃO DA QUESTÃO 02:

a) O trabalho da força elástica (resultante) é a massa vezes a área do gráfico de –0,5m até 0m.

$$\tau = 0,5.\frac{50.0,5}{2} = 6,25J$$

A velocidade em x = 0m é:

$$\tau = \Delta E_C = \frac{m v^2}{2} - 0 \Rightarrow 6,25 = \frac{0,5 v^2}{2} \Rightarrow v = 5m/s$$

De x = 0 a x = 2m e em MUV com a = -4 m/s^2:

$$2 = 0 + 5.t - \frac{4t^2}{2} \Rightarrow t = \frac{1}{2}s \text{ ou } t = 2s$$

Na primeira passagem por x = 2m $\left(t = \frac{1}{2}s\right)$ entra em MU.

A velocidade a partir de x = 2m é:

$$v = 5 - 4.\frac{1}{2} \Rightarrow v = 3m/s$$

A variação da quantidade de movimento é:

$$\Delta Q = m.v - m.v_0 = 0,5.3 - 0,5.5 = -1,0Kg\frac{m}{s}$$

Então $\boxed{\Delta Q = -1,0Kg\frac{m}{s}}$

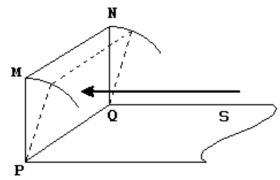
b) O trabalho realizado pela força resultante é:

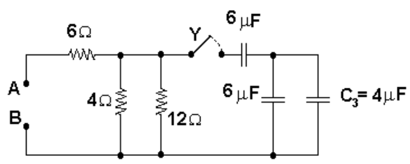
$$\tau = \Delta E_C = \frac{m.v^2}{2} - \frac{m.v_0^2}{2} = \frac{0,5.3^2}{3} - 0 = 2,25J$$

Então $\boxed{\tau = 2,25J}$

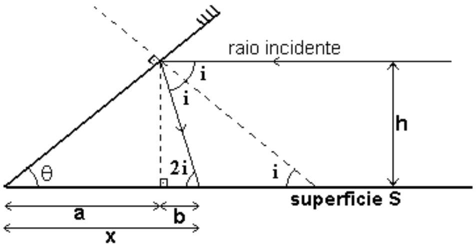
---

03) (IME 2006) Um raio luminoso incide ortogonalmente no ponto central de um espelho plano quadrado MNPQ, conforme a figura abaixo. Girando-se o espelho de um certo ângulo em torno da aresta PQ, consegue-se que o raio refletido atinja a superfície horizontal S paralela ao raio incidente. Com a seqüência do giro, o ponto de chegada em S aproxima-se da aresta PQ.
No ponto de chegada em S que fica mais próximo de PQ está um sensor que, ao ser atingido pelo raio refletido, gera uma tensão elétrica U proporcional à distância d entre o referido ponto e aquela aresta: $U = k \cdot d$.
Fixando o espelho na posição em que a distância d é mínima, aplica-se a tensão U aos terminais A e B do circuito. Dado que todos os capacitores estão inicialmente descarregados, determine a energia que ficará armazenada no capacitor C_3 se a chave Y for fechada e assim permanecer por um tempo muito longo.
Dados: comprimento PQ = 6 m;
constante: 12 V/m.





RESOLUÇÃO DA QUESTÃO 03:



Na figura temos: i = 90º - θ

A distância desejada é: $x = a + b = \frac{h}{tg\theta} + \frac{h}{tg(2i)}$ mas $tg(2i) = tg(2(90^o - \theta)) = tg(180^o - 2\theta) = -tg2\theta$. Logo:

$$x = \frac{h\cos\theta}{sen\theta} - \frac{h\cos 2\theta}{sen2\theta} = \frac{h(2\cos^2\theta - \cos 2\theta)}{2sen\theta\cos\theta}$$ mas

$$\cos^2\theta - sen^2\theta = \cos 2\theta \Rightarrow 2\cos^2\theta - 1 = \cos 2\theta$$

Logo: $x = \frac{h(2\cos^2\theta - 2\cos^2\theta + 1)}{sen2\theta} = \frac{h}{sen2\theta}$

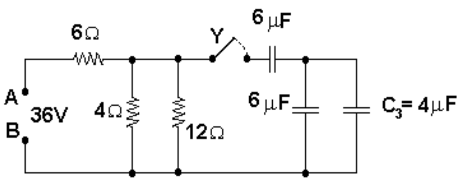
O valor máximo de x ocorre quando: $\frac{dx}{d\theta} = 0$

$-\frac{2h\cos 2\theta}{(sen2\theta)^2} = 0 \Rightarrow 2h\cos 2\theta = 0 \Rightarrow \cos 2\theta = 0$ (pois $h \neq 0$).

Logo: $\cos 2\theta = \cos\frac{\pi}{2} \Rightarrow 2\theta = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{4}$ então

$x = \frac{h}{sen(\pi/2)} = h = 3m$. Então $U = kx = 12 \cdot 3 = 36V$

No circuito temos:



Resolvendo a associação em paralelo dos capacitores, temos: $C_{P1} = 4\mu = 6\mu = 10\mu F$. Resolvendo a associação em série dos capacitores, temos: $C_{S1} = \frac{6\mu \cdot 10\mu}{6\mu + 10\mu} = \frac{6\mu \cdot 10\mu}{16\mu} = \frac{15}{4}\mu F$. Resolvendo a associação em paralelo dos resistores, temos: $R_{P1} = \frac{4 \cdot 12}{4 + 12} = \frac{48}{16} = 3\Omega$

Resolvendo a associação em série dos resistores, temos:

$R_{S1} = 6 + 3 + 9\Omega$. Logo: $i = \frac{U}{R_{S1}} = \frac{36}{9} = 4A$

$U_{RP1} = R_{P1i} = 3 \cdot 4 = 12v$

$Q_{CS1} = U_{RP1}C_{S1} = 12 \cdot \frac{15}{4}\mu = 45\mu C$

$Q_{CP1} = Q_{CS1} = 45\mu C$ $\qquad C_{P1}U_{CP1} = Q_{CP1}$

$U_{CP1} = \frac{45\mu}{10\mu} = \frac{9}{2}v$ $\qquad Q_{C3} = C_3U_{CP1}$

$Q_{C3} = 4\mu \cdot \frac{9}{2} = 18\mu C$ $\qquad E_{C3} = \frac{Q_{C3}U_{C3}}{2} = \frac{18\mu \cdot \frac{9}{2}}{2}$

$E_{C3} = \frac{81}{2}\mu J$ $\qquad \boxed{E_{C3} = 40{,}5\mu J}$

04) (IME 2006) Para ferver dois litros de água para o chimarrão, um gaúcho mantém uma panela de 500 g suspensa sobre a fogueira, presa em um galho de árvore por um fio de aço com 2 m de comprimento. Durante o processo de aquecimento são gerados pulsos de 100 Hz em uma das extremidades do fio. Este processo é interrompido com a observação de um regime estacionário de terceiro harmônico. Determine:

a) o volume de água restante na panela;

b) a quantidade de energia consumida neste processo.

Dados:

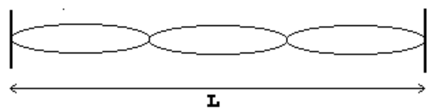
massa específica linear do aço = 10^{-3} kg/m;

aceleração da gravidade (g) = 10 m/s^2;

massa específica da água = 1 kg/L;

calor latente de vaporização da água = 2,26 MJ/kg.

RESOLUÇÃO DA QUESTÃO 04:



a) $L = \frac{3\lambda}{2} \therefore \lambda = \frac{2L}{3} = \frac{4}{3}m$

$V = \lambda f = \frac{400}{3}m/s$

$V = \sqrt{\frac{T}{\mu}} \Rightarrow T = V^2.\mu = \frac{160}{9}N$

$T = P_t' = m_t'.g = (m_A' + m_P)g = (d_A.V_A' + m_P)g$

$V_A' = \frac{T - m_Pg}{d_A.g} = \frac{23}{18}\ell \cong 1{,}28\ell$

$\boxed{V_A' \cong 1{,}28\ell}$

b) $Q = m_{EVAP}.L_V = \left(2 - \frac{23}{18}\right).2{,}26.10^6 \cong 1{,}63.10^6 J$

Então $\boxed{Q \cong 1{,}63.10^6 J}$

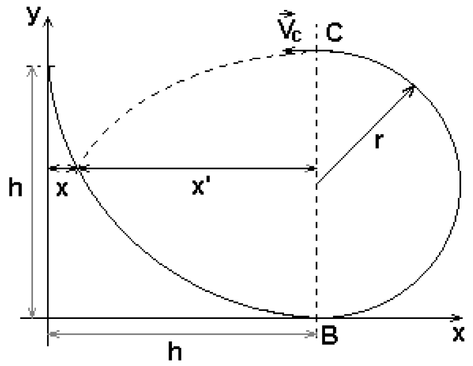
05) (IME 2006) Uma partícula parte do repouso no ponto A e percorre toda a extensão da rampa ABC, mostrada na figura abaixo. A equação que descreve a rampa entre os pontos A, de coordenadas (0,h) e B, de coordenadas (h,0), é

$$y = \frac{x^2}{h} - 2x + h$$

enquanto entre os pontos B e C, de coordenadas (h,2r), a rampa é descrita por uma circunferência de raio r com centro no ponto de coordenadas (h,r). Sabe-se que a altura h é a mínima necessária para que a partícula abandone a rampa no ponto C e venha a colidir com ela em um ponto entre A e B. Determine o ponto de colisão da partícula com a rampa no sistema de coordenadas da figura como função apenas do comprimento r.

Dado: aceleração da gravidade = g.

OBS: despreze as forças de atrito e a resistência do ar.



RESOLUÇÃO DA QUESTÃO 05:

Entre A e C o sistema é conservativo:

$$Em^{2^0} = Em^C$$

$$mgh_i = \frac{1}{2}mv_C^2 + mg2r \qquad (1)$$

Para que V_C seja mínima, tem-se

$$R_C = ma_C \Rightarrow mg + N = m\frac{v_C^2}{r} \Rightarrow mg + 0 = m\frac{v^2{}_{min}}{r}$$

$$\Rightarrow v^2{}_{min} = gr \qquad (2)$$

Substituindo-se (2) em (1) tem-se:

$$h_{min} = \frac{5}{2}r \qquad (3)$$

A rampa AB fica $y = \frac{(x-h)^2}{h}$ (4)

No lançamento oblíquo a partir de C:

$$y = y_0 + v_{0y}t + \frac{a^y}{2}t^2 \Rightarrow y = 2r - \frac{gt^2}{2} \qquad (5)$$

$$x = x_0 + v_{0x}t \Rightarrow x = h - \sqrt{gr}\,.t \qquad (6)$$

Eliminando t de (5) e (6), tem-se:

$$y = 2r - \frac{g}{2}\frac{(x-h)^2}{gr} \qquad (7)$$

De (3), (4) e (7) tem-se:

$$\boxed{y = \frac{8r}{9} \qquad x = \left(\frac{5}{2} - \frac{2\sqrt{5}}{3}\right)r}$$

Obs: $x = \left(\frac{5}{2} + \frac{2\sqrt{5}}{3}\right)r > h$ não convém.

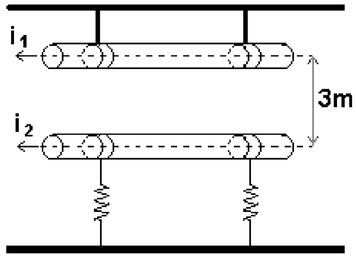
---

06) (IME 2006) Considere duas barras condutoras percorridas pelas correntes elétricas i_1 e i_2, conforme a figura abaixo. A primeira está rigidamente fixada por presilhas e a segunda, que possui liberdade de movimento na direção vertical, está presa por duas molas idênticas, que sofreram uma variação de 1,0 m em relação ao comprimento nominal. Sabendo-se que $i_1 = i_2$ e que o sistema se encontra no vácuo, determine:

a) o valor das correntes para que o sistema permaneça estático;

b) a nova variação de comprimento das molas em relação ao comprimento nominal, mantendo o valor das correntes calculadas no pedido anterior, mas invertendo o sentido de uma delas.

Dados: comprimento das barras = 1,0 m;
massa de cada barra = 0,4 kg;
distância entre as barras = 3,0 m;
constante elástica das molas = 0,5 N/m;
aceleração da gravidade (g) = 10 m/s^2;
permeabilidade do vácuo (μ_0) = $4\pi \cdot 10^{-7}$ T.m/A.



RESOLUÇÃO DA QUESTÃO 06:

$$a)\, B_1 = \frac{\mu_0 i_1}{2\pi d} = \frac{4\pi\cdot 10^{-7}\cdot i_1}{2\pi\cdot} = \frac{2\cdot 10^{-7}}{3}i_1$$

$$F_{21} = B_1\cdot i_2\cdot \ell = \frac{2\cdot 10^{-7}}{3}i_1\cdot i_1.1 = \frac{2}{3}\cdot 10^{-7}.i_1^2$$

Considerando a mola inicialmente comprimida, temos:

$F_{MAG} = P - F_{mola} = P$ $\qquad F_{MAG} = P - F_{mola}$

$F_{mola} = k_{EQ}x = 2kx = 2\cdot 0{,}5\cdot 1$ $\qquad F_{mola} = 1\text{N}$

$P = m\cdot g = 0{,}4\cdot 10 = 4\text{N}$ $\qquad F_{MAG} = 4 - 1 = 3\text{N}$

$\frac{2}{3}\cdot 10^{-7}\cdot i_1^2 = 3$ $\qquad i_1^2 = \frac{9}{2}\cdot 10^7 = 9\cdot 5\cdot 10^6$

$i_1 = 3\sqrt{5}\cdot 10^3\,\text{A}$ $\qquad i_1 \cong 6708\text{A}$

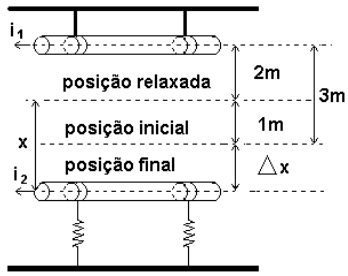
Considerando a mola inicialmente extendida, temos:

$F_{MAG} = P + F_{mola}$ $\qquad F_{MAG} = 4 + 1 = 5\text{N}$

$\frac{2}{3}\cdot 10^{-7}\cdot i_1^2 = 5$ $\qquad i_1^2 = \frac{15}{2}\cdot 10^7$ $\qquad i_1^2 = 75\cdot 10^6$

$i_1 = 5\sqrt{3}\cdot 10^3\,\text{A}$ $\qquad i_1 \cong 8660\text{A}$

Considerando a corrente encontrada para a mola inicialmente comprimida, temos:



$$F_{mola} = F_{MAG} + P$$

$$F_{MAG} = B\cdot i\cdot \ell = \frac{\mu_0\cdot i^2\cdot \ell}{2\pi\cdot d_1} = \frac{4\pi\cdot 10^{-7}}{2\pi(2+x)}\cdot\frac{9}{2}\cdot 10^7\cdot 1 = \frac{9}{2+x}$$

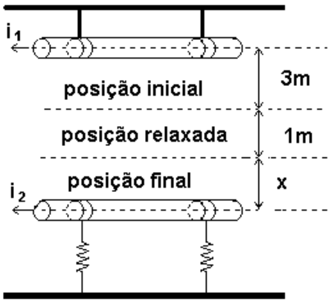
$F_{mola} = k_{EQ}\cdot x = 1\cdot x = x$ $\qquad x = \frac{9}{2+x} + 4$

$2x + x^2 = 9 + 8 + 4x$ $\qquad x^2 - 2x - 17 = 0$

$x = \frac{2 \pm \sqrt{4+68}}{2}$ então $x = \frac{2 \pm 6\sqrt{2}}{2}$

$$\boxed{x = (1 + 3\sqrt{2})m}$$

Considerando a corrente encontrada para a mola inicialmente distendida temos:



$$F_{MAG} = B \cdot i \cdot \ell = \frac{\mu_0 . i^2 \cdot \ell}{2\pi \cdot d_1} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{2\pi \cdot (4+x)} \cdot \frac{15}{2} \cdot 10^7 \cdot 1 = \frac{15}{4+x}$$

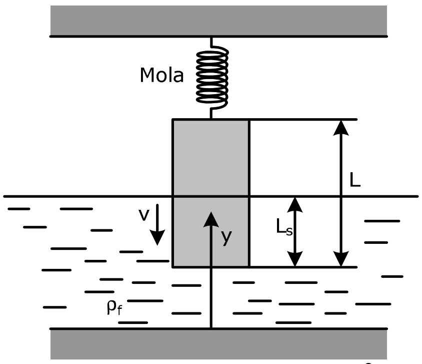
$$F_{mola} = k_{EQ} x = 1 \cdot x = x \qquad x = \frac{15}{4+x} + 4$$

$4x + x^2 = 15 + 16 + 4x$ de onde $x^2 = 31$

Então $\boxed{x = \sqrt{31} m}$

---

07) (IME 2006) A figura ilustra uma barra de comprimento L = 2 m com seção reta quadrada de lado a = 0,1 m e massa específica $\rho = 1{,}20\ g/cm^3$, suspensa por uma mola com constante elástica k = 100 N/m. A barra apresenta movimento somente no eixo vertical y e encontra-se parcialmente submersa num tanque com líquido de massa específica $\rho_f = 1{,}00\ g/cm^3$. Em um certo instante, observa-se que a mola está distendida de $\Delta y = 0{,}9\ m$, que o comprimento da parte submersa da barra é L_S = 1,6 m e que a velocidade da barra é v = 1 m/s no sentido vertical indicado na figura. Determine os comprimentos máximo (L_{max}) e mínimo (L_{min}) da barra que ficam submersos durante o movimento.



Dado: aceleração da gravidade (g) = 10 m/s^2
OBS.: despreze o atrito da barra com o líquido.

RESOLUÇÃO DA QUESTÃO 07:
Encontrando a força resultante sobe o bloco, tem-se:

$$\vec{R} = \vec{F_{el}} - \vec{P} + \vec{E} \quad (I)$$

$$\vec{F_{el}} = k.\Delta y = 100.\Delta y \quad (II)$$

$$P = 240N \quad (III)$$

$$E = \rho_F.v.g = 1000.0{,}01.x.10 = 100.x \quad (IV)$$

Como para $x = 1{,}6m$, tem-se $\Delta y = 0{,}9m$, então:

$$x - \Delta y = 0{,}7m \quad (V)$$

Assim, de (I), (II), (III), (IV) e (V), tem-se:

$$\left|\vec{R_y}\right| = 200x - 310 \quad (VI)$$

Pelo teorema da energia cinética:

$$\tau_{R_y} = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2$$

$$-\left(100x^2 - 310x\right) + \left(100.1{,}6^2 - 310.1{,}6\right) = \frac{24v_f^2}{2} - \frac{24.1^2}{2}$$

$$100x^2 - 310x + 228 = 0$$

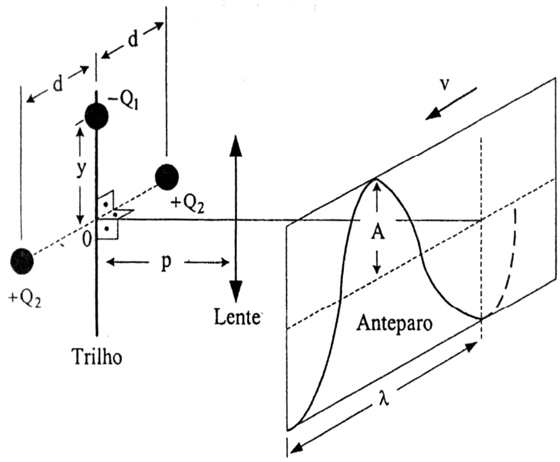
Obs.: Em (VII), aplicamos $v = 1m/s$ e $x = 1{,}6m$, como condição inicial.
Nos extremos, a velocidade é nula, e assim (VII) torna-se:

$$100.x^2 - 310.x + 228 = 0 \quad (VIII)$$

O que nos fornece: $\boxed{X_{MAX} = 1{,}9m \quad X_{MIN} = 1{,}2m}$

---

08) (IME 2006) Com o objetivo de medir o valor de uma carga elétrica negativa -Q$_1$ de massa m, montou-se o experimento a seguir. A carga de valor desconhecido está presa a um trilho e sofre uma interação elétrica devido à presença de duas cargas fixas, eqüidistantes dela, e de valor positivo +Q$_2$. O trilho é colocado em paralelo e a uma distância p de uma lente convergente de distância focal f. A carga -Q$_1$, inicialmente em repouso na posição apresentada na figura, é liberada sem a influência da gravidade, tendo seu movimento registrado em um anteparo que se desloca com velocidade v no plano da imagem de -Q$_1$ fornecida pela lente. Em função de Q$_2$. A, d, p, f, v, m, λ e ε, determine:



a) a ordenada y inicial;
b) o valor da carga negativa -Q$_1$.
Dado: permissividade do meio = ε.
OBS: considere d >> y, ou seja, $d^2 + y^2 \cong d^2$.

RESOLUÇÃO DA QUESTÃO 08:
a) Com relação à lente, podemos escrever:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \quad (I)$$

De (I), vem:

$$p' = \frac{p.f}{p-f} \quad (II)$$

Analisando a expressão para aumento da imagem, podemos escrever:

$$A = \frac{i}{o} = \frac{-p'}{p} \quad (III)$$

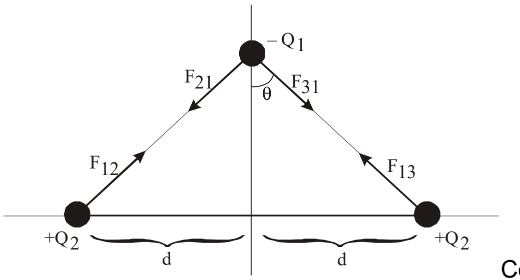
Assim, escrevemos:

$$\frac{-A}{y} = \frac{-p'}{p} \therefore y = \frac{A.p}{p'} \quad (IV)$$

De (II) e (IV), tem-se:

$$\boxed{y = \frac{A.(p-f)}{f}} \quad (V)$$

b) Traçando o diagrama de forças, tem-se:



Como tem-se duas cargas iguais a Q_2, pode-se escrever:

$$\left|\overrightarrow{F_{21}}\right| = \left|\overrightarrow{F_{31}}\right| \quad (VI)$$

Calculando o cosseno de θ:

$$\cos(\theta) = \frac{y}{\sqrt{d^2+y^2}} \quad (VII)$$

Porém, segundo o enunciado $d^2 + y^2 \cong d^2 \quad (VIII)$

Assim, de (VII) e (VIII), tem-se: $\cos(\theta) = \frac{y}{d} \quad (IX)$

Encontrando a força resultante $\vec{R}$ que age sobre $-Q_1$, escreve-se: $\vec{R} = \overrightarrow{F_{21}} + \overrightarrow{F_{31}} \quad (X)$

Ou ainda:

$$\left|\vec{R}_y\right| = 2\cos(\theta).\left|F_{12}\right| = \frac{-|Q_1|.|Q_2|}{2\pi.\varepsilon_0.d^3}.y \quad (XI)$$

Logo, a resultante $\vec{R}$ é do tipo restauradora $(F = -K.X)$,e origina um MHS, onde a constante R é dada por: $R = \frac{|Q_1|.|Q_2|}{2\pi.\varepsilon_0.d^3} \quad (XII)$

Assim, tem-se

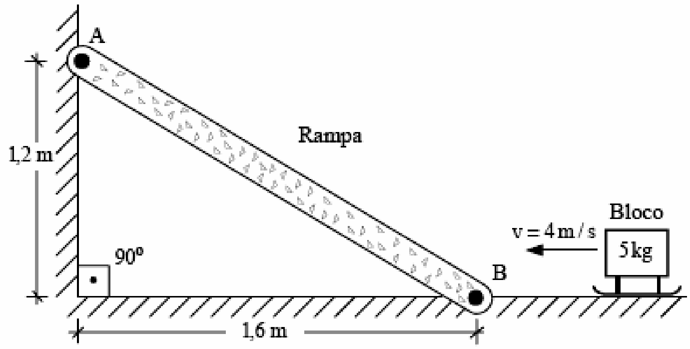
$$f = \frac{1}{2\pi}.\sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{1}{2\pi}.\sqrt{\frac{|Q_1|.|Q_2|}{2\pi.m.\varepsilon_0.d^3}} \quad (XIII)$$

Do gráfico, obtemos: $f = \frac{v}{\lambda} \quad (XIV)$

Logo, de (XIII) e de (XIV), tem-se

$$\boxed{|Q_1| = \frac{(2\pi)^3.\varepsilon_0.v^2.d^3.m}{\lambda^2.|Q_2|}}$$

<u>09)</u> (IME 2006) Um bloco de massa m = 5 kg desloca-se a uma velocidade de 4m/s até alcançar uma rampa inclinada de material homogêneo, cujos pontos A e B são apoios e oferecem reações nas direções horizontal e vertical. A rampa encontra-se fixa e o coeficiente de atrito cinético entre o bloco e a rampa é igual a 0,05. Sabe-se que o bloco pára ao atingir determinada altura e permanece em repouso. Considerando que a reação vertical no ponto de apoio B após a parada do bloco seja de 89 N no sentido de baixo para cima, determine a magnitude, a direção e o sentido das demais reações nos pontos A e B.



Dados: aceleração da gravidade (g) = 10 m/s²;
peso linear da rampa = 95 N/m.

<u>RESOLUÇÃO DA QUESTÃO 09:</u>

Aplicando o Teorema da Energia Mecânica na subida do bloco, tem-se

$$\tau_{FAT} = E_{m^f} - E_{m^i}$$

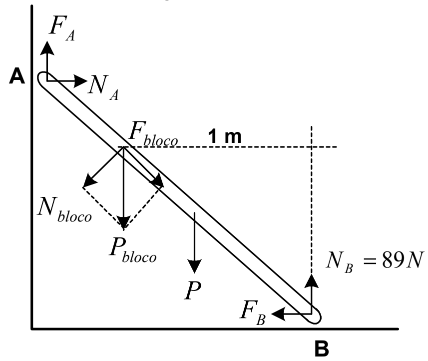
$$-\mu Nd = mgh - \frac{1}{2}mv_0^2;\ h = \Delta x tg\theta$$

$$-\mu mg\cos\theta\ d = mg\Delta x tg\theta - \frac{1}{2}mv_0^2$$

como Δx = d cosθ, tem-se: $\Delta x = \frac{v_0^2}{2(\mu + tg\theta)g}$

Substituindo os valores obtém-se Δx = 1m e d=1,25m.

Marcando as forças na rampa, tem-se



Na direção vertical $R_y = 0 \Rightarrow F_A + 89 = P_{bloco} + P$;

$$P = 2m.95\frac{N}{m} = 190N \quad ; \quad P_{bloco} = 50N \therefore$$

$$\boxed{F_A = 151N \text{ (p/ cima)}}$$

Adotando o ponto em B:

$$\sum M = 0 \Rightarrow M_{F_A} + M_{N_A} + M_{P_{bloco}} + M_P + M_{F_B} + M_{N_B} = 0$$

$$\Rightarrow -151.1{,}6 - N_A.1{,}2 + 50.1 + 190.0{,}8 = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{N_A = 33N\ \text{(p/direita)}}$$

Na direção horizontal

$$R_x = 0 \Rightarrow N_A = F_B \Rightarrow \boxed{F_B = 33N}\quad \text{(p/ esquerda)}$$

<u>10)</u> (IME 2006) Suponha que você seja o responsável pela operação de um canhão antiaréo. Um avião inimigo está passando em uma trajetória retilínea, distante de sua posição, a uma altura constante e com velocidade v = 900 km/h. A imagem deste avião no seu aparelho de pontaria possui comprimento 1 = 5 cm, mas você reconheceu este avião e sabe que o seu comprimento real é de L = 100 m. Ao disparar um projétil deste canhão, sua trajetória é retilínea a velocidade constante u = 500 m/s. No momento em que a aeronave se encontra perfeitamente ortogonal à linha de visada do aparelho de pontaria, determine:

a) o desvio angular θ entre o aparelho de pontaria e o tubo do canhão para que você acerte o centro do avião ao disparar o gatilho com a aeronave no centro do visor;

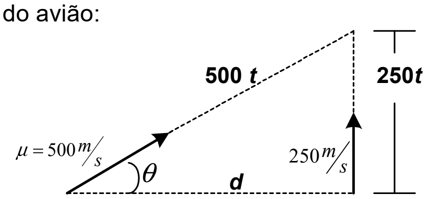
b) o aumento M do aparelho de pontaria;

c) o tempo t até o projétil alcançar o centro do avião.

OBS: considere que o aparelho de pontaria possa ser tratado como um telescópio de refração, conforme mostra a figura <u>esquemática</u> abaixo, constituído por apenas duas lentes convergentes, denominadas objetiva e ocular, cujas distâncias focais são, respectivamente, f_1 = 10 cm e f_2 = 1 cm. Considere ainda que os ângulos α e β sejam pequenos.

<u>RESOLUÇÃO DA QUESTÃO 10:</u>

(a) Considerando t o tempo para o projétil alcançar o centro do avião:



$$\cos\theta = \frac{250t}{500t} \rightarrow \boxed{\theta = 30^o}$$

(b) Por definição de aumento (angular)

$$M = \left|\frac{f_{ob}}{f_{oc}}\right| = \frac{10}{1} \Rightarrow \boxed{M = 10}$$

(c) Para se determinar t, deve-se conhecer a distância do avião até a lente objetiva (d), dada por

$$\frac{d}{100} = \frac{0{,}1}{|\gamma_{ob}|} \quad \text{(semelhança de triângulos na figura)}$$

Para se determinar o tamanho da imagem na objetiva $|\gamma_{ób}|$, deve se determinar o tamanho do objeto da ocular, pois $\gamma_{ób} = \gamma_{oc}$.

Pelas informações do objeto e da imagem da ocular, tem-se

$$\frac{\gamma_{óc}}{\gamma_{oc}} = -\frac{P_{óc}}{P_{oc}} \Rightarrow \frac{-0{,}05}{\gamma_{oc}} = -\frac{P'_{óc}}{P_{oc}} \quad (1)$$

$$\frac{1}{f_{oc}} = \frac{1}{P_{oc}} + \frac{1}{P_{óc}} \Rightarrow \frac{1}{0{,}01} = \frac{\Delta}{P_{oc}} + \frac{1}{P_{óc}} \quad (2)$$

Pelas equações (1) e (2), tem-se uma indeterminação na determinação da incógnita $\gamma_{oc} = \dfrac{100P_{oc} - 1}{20}$ e assim:

$$\boxed{d = \frac{200}{|100P_{oc} - 1|}}$$

Como P_{oc} é arbitrário, isto é, pode ser escolhido no ajuste da posição da ocular em relação à objetiva, independentemente dos dados do problema, o problema não apresenta resposta numérica para a alternativa (c).

Caso o aluno considere a luneta na condição de máxima ampliação $(P_{óc} = -0{,}25m)$**"isto é, a imagem da ocular a cerca de 25cm do globo ocular"**, obtém-se de (2) $P_{oc} = \dfrac{1}{104}m$ e $d = 5200m$. Nesse caso, o tempo de percurso é (veja a figura do item (a))

$$(500t)^2 = 5200^2 + (250t)^2$$

$$t = \frac{5200}{\sqrt{500^2 - 250^2}} = \frac{104\sqrt{3}}{15} \cong 12s$$

<u>COMENTÁRIO DA PROVA DE FÍSICA</u>

A prova de física do IME segue a tradição de questões extremamente trabalhosas, dentre as quais algumas apresentam certas "falhas" tanto por uma aparente omissão de dados (nº10), como por ambigüidade (nº6). Todo ano há dificuldades de interpretação de enunciado, de modo que pode-se supor que a banca examinadora leva em conta como o aluno lida com as deficiências de certas questões.

O nível da dificuldade se manteve em relação à 2004 e, é claro, provavelmente o tempo de 4h tenha sido insuficiente para a resolução de todas as questões.

<u>Nível Fácil:</u> **01**(Termodinâmica), **06**(Eletromagnetismo), **10 a e b** (Óptica).

<u>Nível Médio:</u> **02**(Dinâmica), **05**(Ondas e Termometria), **05**(Dinâmica), **09**(Dinâmica)

<u>Nível Difícil:</u> **03** (Óptica e Eletrodinâmica), **07**(Hidrostática), **08**(Óptica e Eletrostática), **10 c** (Óptica).

Cortesia: Resoluções Alferes Vestibulares