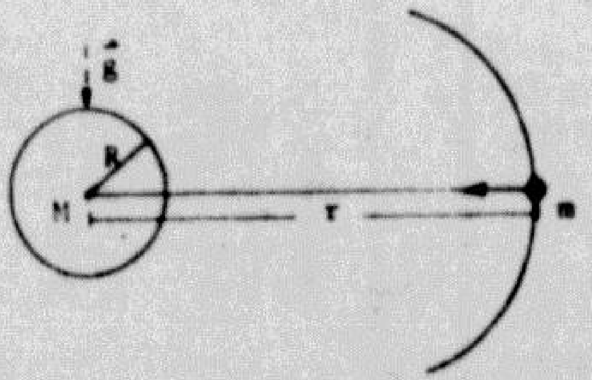
IME – Física – 81/82

JS – 4/12/81 (pág. 11); 5/12/81 (pág. 11); 7/12/81 (pág. 11); 8/12/81 (pág. 11)

1ª QUESTÃO VALOR 1,0

Mostre que o raio $\underline{r}$ da órbita da Lua pode ser determinado a partir do raio $\underline{R}$ da Terra, da aceleração da gravidade $\underline{g}$ na superfície da Terra e do tempo $\underline{T}$ necessário para a Lua descrever uma volta completa em torno da Terra, ou seja, $r = f(g, R, T)$

SOLUÇÃO



A aceleração da gravidade na superfície da Terra é $g = G \dfrac{M}{R^2}$.

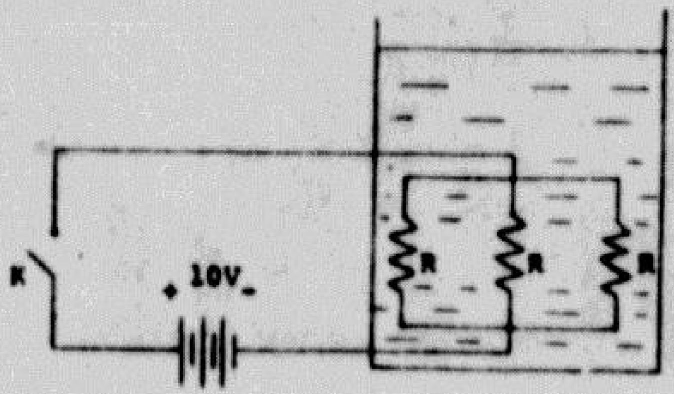
A força de atração gravitacional é a força centrípeta, logo:

$$G \frac{M \cancel{m}}{r^2} = \cancel{m} \omega^2 r.$$

$$\frac{GM}{r^3} = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2$$

Substituindo $GM = gR^2$, temos: $\dfrac{4\pi^2}{T^2} = \dfrac{gR^2}{r^3} \Rightarrow \boxed{r = \left(\dfrac{gR^2T^2}{4\pi^2}\right)^{1/3}}$

2ª QUESTÃO VALOR 1,0



A figura representa um aquecedor elétrico composto de um recipiente suposto adiabático e de um circuito cujas três resistências R são iguais.

100g de gêlo a - 10°C são transformadas em água a 65°C, decorridos 10 minutos e 27 segundos após o fechamento da chave K.

Determine:

(Valor 0,6) a) o valor da resistência R

(Valor 0,4) b) o tempo em que se processaria a evolução citada se um dos resistores estivesse rompido.

Dados:

calor específico do gêlo............................ 0,5 cal/g°C

calor latente de fusão.............................. 80 cal/g

1 cal = 4,18J

Nota: despreze a capacidade térmica do recipiente.

SOLUÇÃO

a) Quantidade de calor necessária para elevar o gelo de -10°C ao estado líquido a 65°C.

$$Q = m\, c_{gelo}\, \Delta\theta + m\, L_f + m\, c_{H_2O}\, \Delta\theta =$$

$$= 100 \,.\, 0{,}5 \,.\, 10 + 100 \,.\, 80 + 100 \,.\, 1 \,.\, 65$$

$$\boxed{Q = 15000\text{ cal}} \rightarrow \boxed{Q = 15000 \times 4{,}18\text{ J}}$$

Intervalo de tempo necessário para o aquecimento:

$$\Delta t = 10 \,.\, 60 + 27 = 627\text{ s}$$

Energia fornecida pelo circuito:

$$\mathcal{E} = \frac{V^2}{R_{eq}} \,.\, \Delta t = \frac{10^2}{R/3} \,.\, 627 \rightarrow \boxed{\mathcal{E} = \frac{3 \,.\, 10^2 \,.\, 627}{R}}$$

Igualando, temos: $15000 \times 4{,}18 = \dfrac{3 \times 10^2 \times 627}{R} \rightarrow \boxed{R = 3{,}0\ \Omega}$

b) Neste caso $R_{eq} = R/2 = 1{,}5\ \Omega$

Logo: $Q = \mathcal{E}' \rightarrow 15000 \times 4{,}18 = \dfrac{10^2}{1{,}5} \times \Delta t \rightarrow \boxed{\Delta t = 940{,}5\text{ s}}$

1ª QUESTÃO VALOR 1,0

Em um recipiente cilíndrico de 40cm de diâmetro contendo um líquido de peso específico 10^5 N/m^3, mergulha-se um cilindro de ferro de peso específico $7,8 \times 10^4$ N/m^3, altura de 10cm e raio 10cm, com uma das bases voltada para o fundo do recipiente. Sobre a base superior do cilindro coloca-se um disco metálico de peso específico 2×10^5 N/m^3, 10cm de raio e espessura 0,4cm.

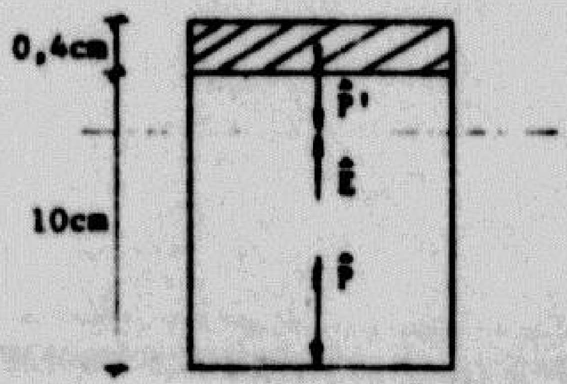
Determine:

(Valor 0,4) a) A que profundidade $\underline{x}$ mergulha o cilindro no líquido tendo o disco sobre ele.

(Valor 0,6) b) A variação Δh do nível do líquido quando se retira o disco de sobre o cilindro e se coloca dentro do recipiente contendo o líquido.

SOLUÇÃO

a)



Como o conjunto está em equilíbrio, podemos escrever:

$$P + P' = E$$

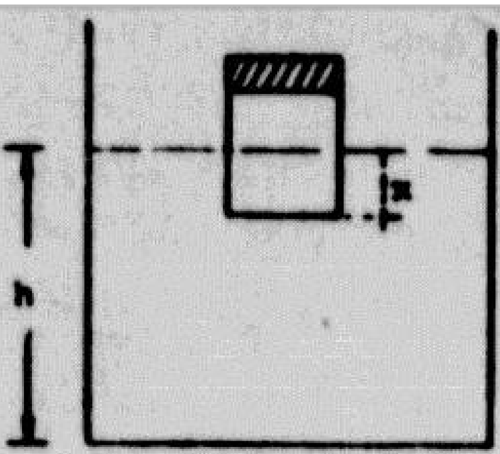
$$mg + m'g = V_{sub}\,\mu_{Líq}\,g$$

$$\mu_1 V_1 g + \mu_2 V_2 g = V_{sub}\,\mu_{Líq}\,g$$

$$\Delta_1 V_1 + \Delta_2 V_2 = \Delta_{Líq}\,V_{sub}$$

$$7,8 \times 10^4 \cdot \cancel{A} \cdot 10 + 2 \cdot 10^5 \cdot \cancel{A} \cdot 0,4 = \cancel{A} \cdot x \cdot 10^5$$

$$\boxed{x = 8,6 \text{ cm}}$$



b) $V_{líquido} = \pi \left(\frac{40}{2}\right)^2 h - V_{sub}$

do item a) $x = 8{,}6$ cm

$V_{sub} = \pi (10)^2 \cdot 8{,}6 = 860\,\pi$ cm^3

$V_{líquido} = (400\,\pi\,h - 860\,\pi)$cm^3 (1)

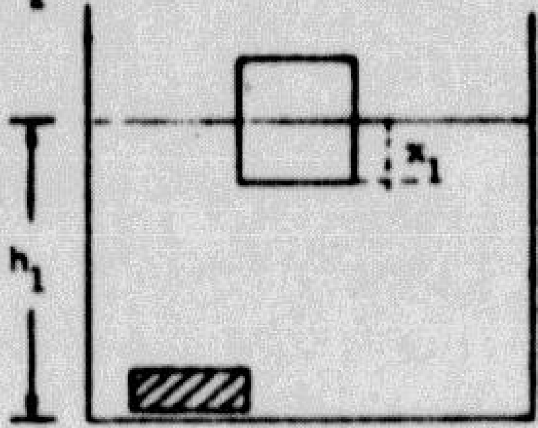
$V_{líquido} = \pi \left(\frac{40}{2}\right)^2 h_1 - V_{disco} - V_{sub_2}$

$V_{disco} = \pi (10)^2 \times 0{,}4 = 40\,\pi$ cm^3

$V_{sub} = \pi (10)^2 \times 7{,}8 = 780\,\pi$ cm^3

$\cancel{\pi \pi} \cdot \cancel{10} \cdot 7{,}8 \cdot \cancel{10^6} = \cancel{\pi \pi}\, x_1 \cdot \cancel{10^6}$

$x_1 = 7{,}8$ cm



$V_{líquido} = 400\,\pi\,h_1 - 40\,\pi - 780\,\pi$

$V_{líquido} = (400\,\pi\,h_1 - 820\,\pi)$ cm^3 (2)

Igualando (1) e (2) temos:

$400\,\pi\,h - 860\,\pi = 400\,\pi\,h_1 - 820\,\pi$

$20\,h - 43 = 20\,h_1 - 41$

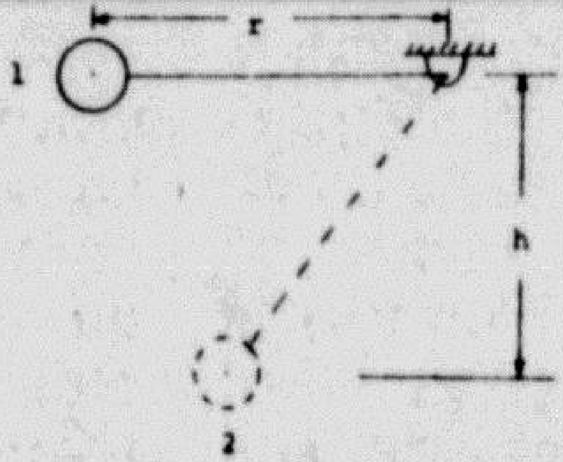
$20\,h - 20\,h_1 = 43 - 41$

$20\,(h - h_1) = 2$

$(h - h_1) = 2/20$

$\boxed{\Delta h = 0{,}1 \text{ cm}}$

4ª QUESTÃO VALOR 1,0



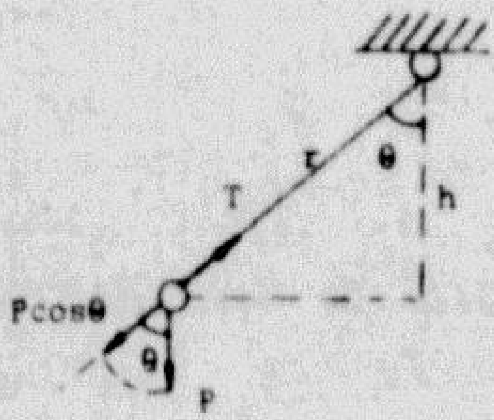
A esfera de um pêndulo tem uma massa de 0,2kg e é liberada do repouso na posição mostrada. Sabe-se que o cabo se rompe com uma tração de 5,0N.

Determine o valor de h para o ponto onde ocorrerá a ruptura.

Dados: $r = 0,75m$

$g = 9,81m/s^2$

SOLUÇÃO



A força centrípeta é:

$$T - P\cos\theta = \frac{m v^2}{R}$$

$$T - P\frac{h}{r} = \frac{m v^2}{r}$$

Pela conservação da energia:

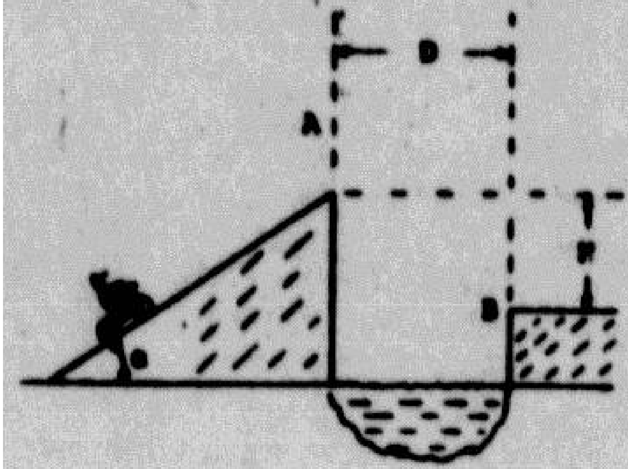
$$\cancel{m} g h = \frac{\cancel{m} v^2}{2} \Rightarrow v^2 = 2gh$$

Substituindo na anterior, vem:

$$T - mg\frac{h}{r} = \frac{m\,2\,g\,h}{r} \qquad T = \frac{3\,mgh}{r} \Rightarrow h = \frac{Tr}{3\,mg}$$

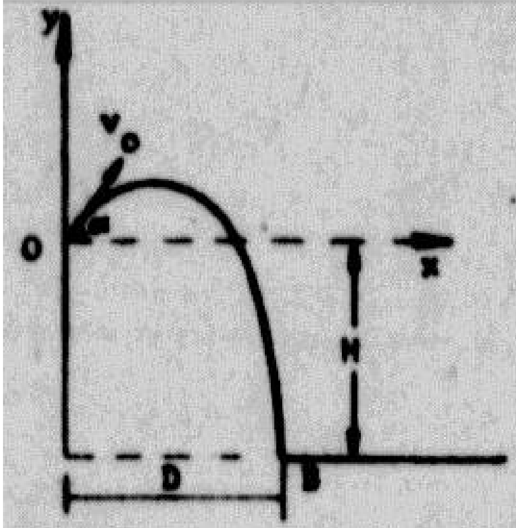
$$h = \frac{5 \times 0,75}{3 \times 0,2 \times 9,81} \qquad \boxed{h = 0,64\ cm}$$

5ª QUESTÃO VALOR **1,0**



Um motociclista movimenta sua motocicleta e sobe a rampa de inclinação α da figura. Determine em função de $\underline{g}$, $\underline{\alpha}$, $\underline{H}$ e $\underline{D}$, o menor valor da velocidade que o motociclista deve ter em $\underline{A}$ para chegar em $\underline{B}$.

Nota: Considere o conjunto motociclista-motocicleta como uma partícula. Despreze a resistência do ar.



SOLUÇÃO

A distância D é dada por:

$$D = v_o \cos\alpha \, . \, t_q \Rightarrow t_q = \frac{D}{v_o \cos\alpha}$$

A posição H considerando o sistema de eixos da figura é dada por:

$$-H = v_o \,\mathrm{sen}\,\alpha \, t_q - \frac{1}{2} g \, t_q^2$$

Substituindo t_q nesta expressão, temos:

$$-H = \cancel{v_o} \,\mathrm{sen}\,\alpha \cdot \frac{D}{\cancel{v_o} \cos\alpha} - \frac{1}{2} g \, \frac{D^2}{v_o^2 \cos^2\alpha}$$

$$-H = D \,\mathrm{tg}\,\alpha - \frac{g D^2}{2 v_o^2 \cos^2\alpha}$$

$$H + D \,\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{g D^2}{2 v_o^2 \cos^2\alpha}$$

$$v_o = \sqrt{\frac{g D^2}{2 \cos^2\alpha \, (H + D \,\mathrm{tg}\,\alpha)}} \Rightarrow v_o = \sqrt{\frac{g D^2 \sec^2\alpha}{2H + 2D\,\mathrm{tg}\,\alpha}}$$

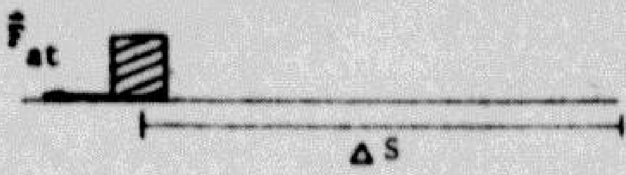
$$\boxed{v_o = D \sec\alpha \sqrt{\frac{g}{2 (H + D \,\mathrm{tg}\,\alpha)}}}$$

6ª QUESTÃO VALOR 1,0

Um corpo que repousa sobre uma superfície rugosa horizontal, recebe um impacto horizontal e desliza sobre a referida superfície durante 5 segundos, quando pára tendo percorrido 25m. Determine o coeficiente de atrito entre o corpo e a superfície horizontal.

Nota: Considere $g = 10 m/s^2$

SOLUÇÃO



A resultante das forças que agem no corpo é $\hat{F}_{at}$.

$F_{at} = m\,a \qquad \mu\, m\, g = m\, a \quad \Rightarrow \quad \mu = \frac{a}{g}$

Cálculo de a:

$$\begin{cases} \cancel{v}_{0} = v_0 - at \Rightarrow a = \frac{v_0}{t} = \frac{v_0}{5} \\ \cancel{v}^2_{0} = v_0^2 - 2\,a\,\Delta S \end{cases}$$

$v_0^2 = 2 \cdot \frac{v_0}{5} \cdot 25 \qquad \boxed{v_0 = 10 \text{ m/s}}$

Logo, $a = \frac{10}{5} = \boxed{2 \text{ m/s}^2}$ Donde $\mu = \frac{2}{10} = \boxed{0,2}$

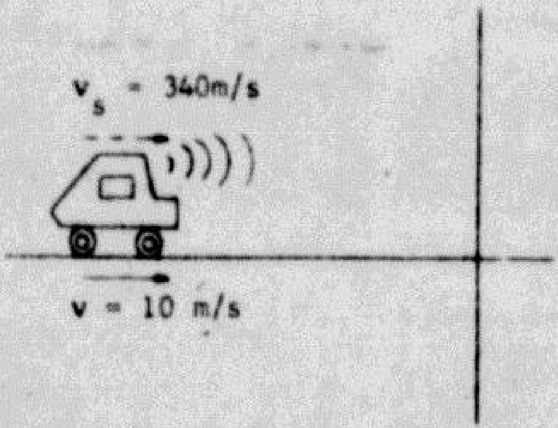
$\boxed{\mu = 0,2}$

7ª QUESTÃO — VALOR 1,0

Um veículo aproxima-se de uma parede extensa, perpendicular à trajetória, com velocidade constante de 10m/s. Ao mesmo tempo uma sirene no veículo emite um som simples de frequência igual a 400Hz. A velocidade do som no ar é 340m/s.

Determine a frequência do som refletido recebido pelo motorista do veículo.

SOLUÇÃO



freqüência do som que chega à parede diretamente do veículo.

$$\boxed{f' = f \frac{v}{v - v_F}} \quad (I)$$

freqüência do som recebido pelo motorista:

$$\boxed{f'' = f' \frac{v + v_o}{v}} \quad (II)$$

Substituindo I em II, temos:

$$f'' = f \frac{\cancel{v}}{v - v_F} \times \frac{v + v_o}{\cancel{v}}$$

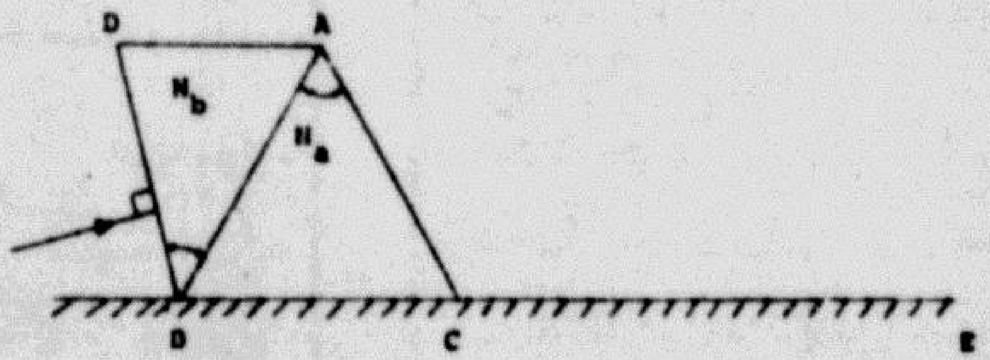
$$f'' = f \frac{v + v_o}{v - v_F} = 400 \frac{340 + 10}{340 - 10} = \frac{400 \times 350}{330}$$

$$\boxed{f'' = 424 \text{ Hz}}$$

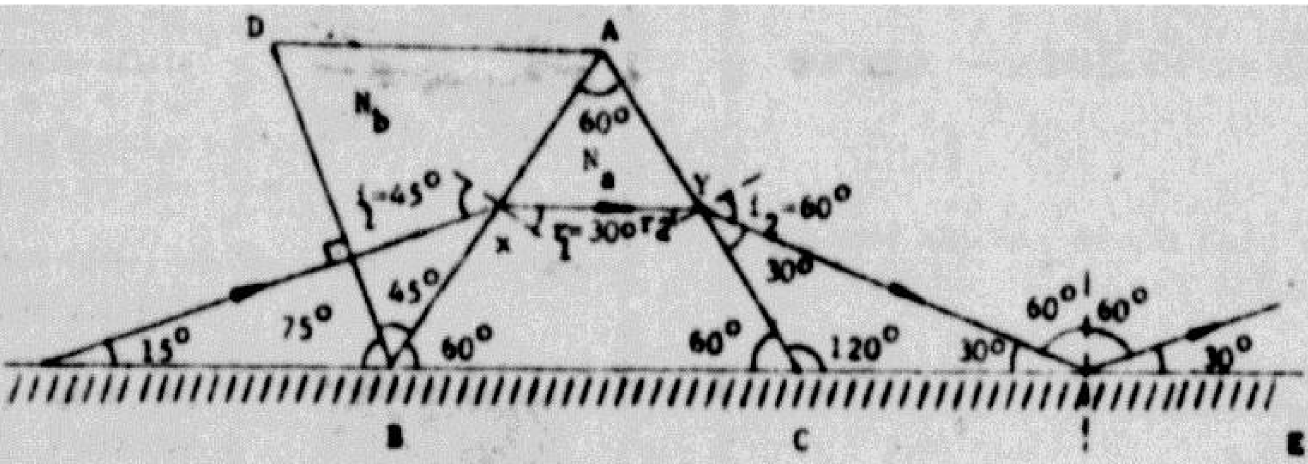
8ª QUESTÃO VALOR 1,0

Um prisma com ângulo $A = 60°$ e índice de refração $N_a = \sqrt{3}$ é justaposto a um prisma invertido com ângulo $B = 45°$ e índice de refração $N_b = \sqrt{\frac{3}{2}}$. O prisma ABC é equilátero e sua base BC apoia-se em um espelho plano. Um raio de luz incide normalmente na face do prisma ADB, conforme figura. O sistema está imerso no ar.

Indique o percurso do raio de luz colocando os valores de todos os ângulos e calcule o desvío resultante do sistema prismas-espelho.



SOLUÇÃO



Refração na face AB:

$$\sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \text{sen } i_1 = \sqrt{3} \text{ sen } r$$

$$\frac{\cancel{\sqrt{3}}}{\cancel{\sqrt{2}}} \cdot \frac{\cancel{\sqrt{2}}}{2} = \cancel{\sqrt{3}} \text{ sen } r$$

$$\text{sen } r = \frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{r = 30°}$$

No triângulo equilátero AXY temos que Y = 60°; logo, $r_2 = r_1 = 30°$

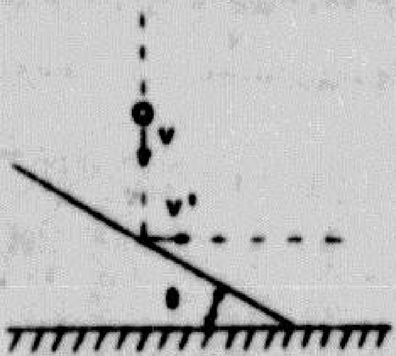
Na face AC, temos:

$$\sqrt{3} \text{ sen } r_2 = n_{ar} \text{ sen } i_2$$

$$\sqrt{3}\ \frac{1}{2} = 1 \text{ sen } i_2 \Rightarrow \text{sen } i_2 = \frac{\sqrt{3}}{2} \qquad \boxed{i_2 = 60°}$$

O desvio é $\Delta = 30° - 15°$; logo, $\boxed{\Delta = 15°}$

9ª QUESTÃO VALOR 1,0



Calcule o ângulo θ em relação ao plano horizontal que deve formar uma placa rígida lisa e fixa na posição mostrada na figura, para que uma esfera ao cair verticalmente sobre ela seja rebatida horizontalmente. O coeficiente de restituição entre a placa e a esfera é e.

SOLUÇÃO

O coeficiente de restituição é:

$$e = \frac{v' \operatorname{sen} \theta}{v \cos \theta}$$

Pela conservação do momento linear:

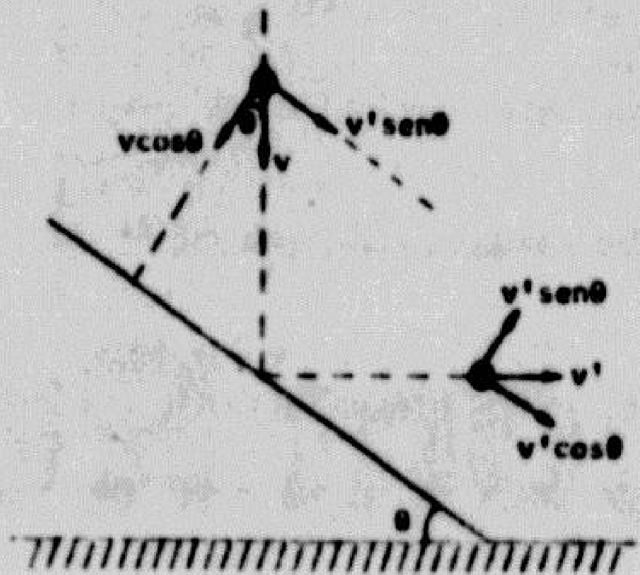
$$\cancel{m}\, v \operatorname{sen} \theta = \cancel{m}\, v' \cos \theta$$

$$\frac{v'}{v} = \operatorname{tg} \theta$$

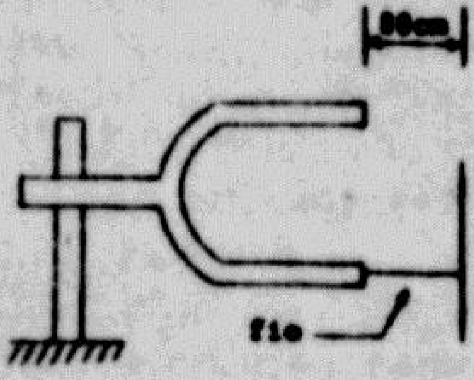
Logo, $e = \operatorname{tg} \theta \cdot \frac{\operatorname{sen} \theta}{\cos \theta}$

$$e = \operatorname{tg}^2 \theta$$

$$\boxed{\theta = \operatorname{arc\,tg} \sqrt{e}}$$



10ª QUESTÃO VALOR 1,0



Um fio de 80cm de comprimento e 0,2g de massa está ligado a um dos extremos de uma diapasão que vibra a 250Hz.

Determine a tração que faça o fio vibrar à frequência do quarto harmônico. Considere a frequência fundamental igual à frequência do primeiro harmônico.

SOLUÇÃO

Pela expressão $v = \sqrt{\dfrac{F}{\mu_L}} \Rightarrow F = v^2 \mu_L$

Mas: $v = \lambda f$

portanto: $F = \lambda^2 f^2 \mu_L$

Cálculo de λ (4º harmônico)

$l = 2\lambda$

$80 = 2\lambda$

$\lambda = 40\text{cm} = 0{,}4\ \text{m}$

Cálculo de μ_L

$$\mu_L = \frac{m}{l} = \frac{0{,}2 \times 10^{-3}}{0{,}8} = 0{,}25 \times 10^{-3}\ \text{kg/m}$$

Logo:

$$F = (0{,}4)^2 \times (250)^2 \times 0{,}25 \times 10^{-3} = 2{,}5 \qquad \boxed{F = 2{,}5\ \text{N}}$$