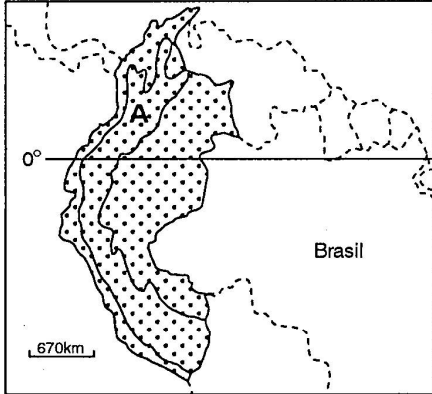


FUVEST 1990 – Segunda fase – Geografia e Matemática (10/01/1990)

GEOGRAFIA

01 Identifique os países que compõem a área destacada. Descreva a sub-área A do ponto de vista da geografia física e da economia.



Resolução

Colômbia, Equador e Peru compõem a área destacada. A sub-área A assinala a Cordilheira dos Andes, de formação geológica recente. Sua porção norte compreende vales profundos e climas úmidos; a porção sul compreende altiplanos e climas semi-áridos.

A economia desta sub-área funda-se na agricultura comercial (café na Colômbia; algodão de fibras longas e cana-de-açúcar no Peru) e de subsistência (milho e batata, em geral cultivados em terraços), bem como na mineração de cobre, prata, ouro, ferro e chumbo.

02 Classifique os países apresentados na tabela, do ponto de vista do consumo e da exportação de ferro.

Maiores produtores de minério de ferro — 1987
(em milhões de toneladas)

URSS	250,9
China	157
Brasil	134
Austrália	104,6
Índia	48,5
Estados Unidos	45
Canadá	37
África do Sul	24
Suécia	19,7

Resolução

Na tabela fornecida destacam-se, como exportadores, a URSS, China, Brasil e Austrália, seguidos de exportadores inter-

mediários (Índia, Canadá, África do Sul e Suécia); apesar de médio-produtores, os Estados Unidos não exportam minério de ferro.

Consumo e importação estão diretamente ligados ao desenvolvimento da indústria siderúrgica, daí serem grandes consumidores, dentre os países da tabela, Estados Unidos (grande importador), URSS, China, Brasil e Austrália.

03 Discuta a imigração para a Europa Ocidental de hoje, identificando os principais países receptores e as principais correntes migratórias.

Resolução

Alguns países da Europa Ocidental que no passado (segunda metade do século XIX e início do século XX) foram áreas de emigração, hoje, em virtude do progresso econômico e da necessidade de mão-de-obra, tornaram-se áreas de atração de imigrantes. Estes são constituídos principalmente de habitantes das ex-colônias ou de europeus dos países mais pobres do sul que se dirigem para os países de economia industrial avançada do Noroeste. É o caso do Reino Unido que tem recebido principalmente paquistaneses, jamaicanos, indianos e árabes, da R.F.A. que recebeu grande quantidade de turcos e iugoslavos, além de italianos do sul, da França que recebeu basicamente argelinos e marroquinos, secundado por portugueses e espanhóis. Essa imigração tem gerado sérios conflitos étnico-culturais, exacerbados pela xenofobia e pela crise econômica.

04 "Há hoje (1980) cerca de sessenta mil robôs no total, no mundo, instalados em fábricas como os que vimos na Toyota. A sua localização é a seguinte: 6.000 robôs na Alemanha Federal, 3.200 nos Estados Unidos, 600 na Suécia, 300 na França, 180 na Grã-Bretanha, uma centena, ou menos, em meia dúzia de outros países, e 47.000 no Japão."

(J.J. Servan-Schreiber — *O desafio mundial*)

Que conseqüências a robotização da economia industrial está trazendo ao Japão

- a) no plano nacional?
- b) no plano internacional?

Resolução

- a) No plano nacional a robotização industrial libera mão-de-obra do setor secundário (indústrias de transformação), que acaba sendo deslocada para o setor terciário (comércio, prestação de serviços, pesquisas, abertura de filiais, manutenção), o que minimiza o número de desempregados.
- b) No plano internacional a robotização industrial permite o aparecimento de uma maior produção industrial, em um tempo menor e a um preço menor, com produtos de boa qualidade. Estes aspectos tem permitido ao Japão constantes ganhos em produtividade e, conseqüentemente, em competitividade, da produção industrial japonesa no mercado mundial, permitindo a obtenção de sucessivos e crescentes superávits no comércio internacional e possibilitando-lhe a conquista da posição de maior potência do mundo num futuro não muito distante.

05 Compare a ocupação do território em 1 e 2.

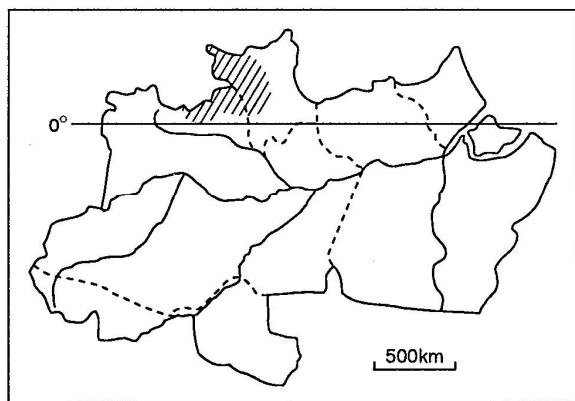


Resolução

Na área 1, temos o Norte e Noroeste do Estado do Paraná, situados no Planalto Meridional brasileiro, com solos de terra roxa (basálticos) de grande fertilidade. A ocupação desta parte da região Sul ocorreu nas décadas de 1920 e 1930, tendo a agricultura comercial do café como principal produto. Como consequência do ciclo, a região acabou tendo um grande crescimento urbano, caso de Londrina e Maringá.

Na área 2, encontramos a Campanha Gaúcha, formada por coxilhas cobertas por campos, de ocupação mais antiga (séculos XVIII e principalmente XIX), através de grandes propriedades que se dedicam principalmente à pecuária extensiva de bovinos e ovinos e, em alguns trechos, à rizicultura.

06 Identifique os Estados interceptados pela área hachurada e discuta dois principais problemas sócio-econômicos que envolvem a região.



Resolução

Os dois Estados interceptados pela área hachurada são o Amazonas e Roraima. A área em destaque pertence ao Planalto das Guianas e possui como vegetação predominante a floresta latifoliada equatorial. Os dois principais problemas sócio-econômicos da área relacionam-se:

- a) ao conflito entre os garimpeiros e índios da nação Ianomami, pois as reservas indígenas (ainda em fase de demarcação) são ricas em ouro, fato que atrai a cobiça dos garimpeiros pela região;
- b) e à ocupação predatória da área, com os garimpos e a degradação do meio ambiente em virtude do uso de mercúrio, além da devastação de inúmeras áreas florestais e da interferência danosa nas comunidades indígenas, levando-lhes a doença, a corrupção e a destruição de seus laços culturais.

07 Caracterize o movimento portuário destacado em 1 e 2.



Resolução

A espessura das setas que indicam a importação e a exportação nos permite concluir que os portos identificados com os números 1 e 2, são, respectivamente, os de Tubarão no Espírito Santo e o de São Sebastião em São Paulo.

Tal conclusão foi possibilitada pelo fato de serem ambos portos especializados, o primeiro na exportação de minério de ferro, daí a pouca importância das importações no mesmo, e o segundo na importação de petróleo, sendo portanto, pequena a importância do mesmo como porto exportador.

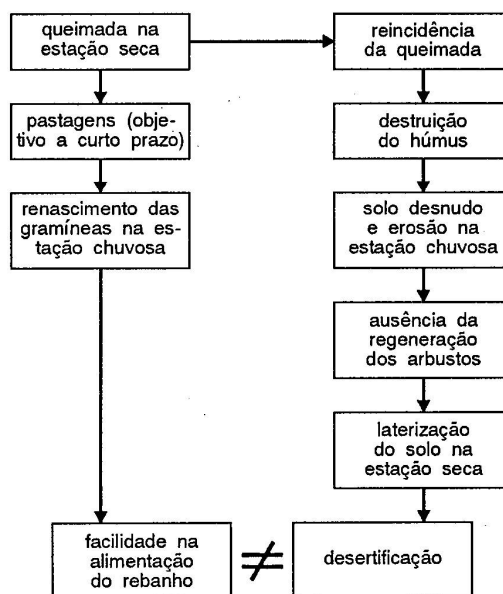
08 São Bernardo do Campo, Volta Redonda e Americana são centros industriais. Diga as diferenças entre eles no que se refere:

- a) ao ramo industrial que se destaca;
- b) à origem dos capitais aplicados no ramo industrial de destaque.

Resolução

- a) O ramo industrial que se destaca em cada uma das localidades é:
 - São Bernardo do Campo: automobilístico
 - Volta Redonda: siderúrgico
 - Americana: têxtil
- b) Em cada um dos ramos, o capital tem origens diferentes:
 - São Bernardo do Campo — capital estrangeiro (Ford, Volkswagen, Mercedes Benz).
 - Volta Redonda — capital público (estatal), predominantemente.
 - Americana — capital privado nacional (pequenas e médias empresas).

09 Identifique e dê as características do clima e da vegetação de regiões do Brasil e da África onde ocorre o esquema abaixo.



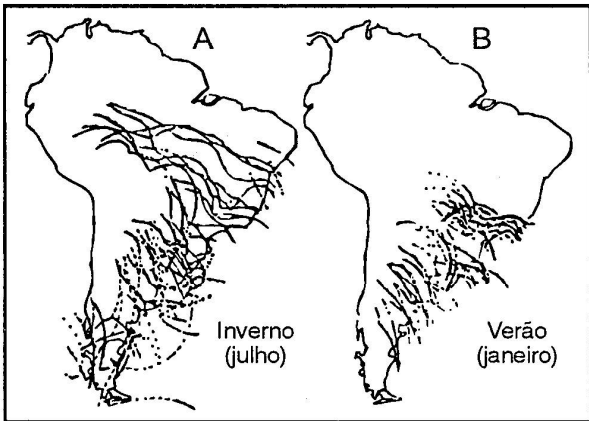
Resolução

O esquema exposto no organograma identifica uma região onde predomina o clima tropical, alternadamente úmido e seco, onde encontramos vegetação de estepes e savanas (África) e de cerrado (Brasil).

As condições mostradas pelo esquema indicam que a presença desse clima tropical permite o desenvolvimento de uma vegetação onde aparecem arbustos e cobertura herbácea.

10

- a) Identifique os fenômenos representados em A e em B.
- b) Quais as conseqüências que os mesmos acarretam para a região litorânea do Nordeste?



Resolução

- a) A e B representam as frentes que atuam na América do Sul, no inverno e verão austrais. A assinala o deslocamento da Frente Polar Atlântica e B assinala o deslocamento da Frente Intertropical Atlântica.
- b) As conseqüências da atuação destas frentes no litoral nordestino são chuvas abundantes no inverno e diminuídas no verão.

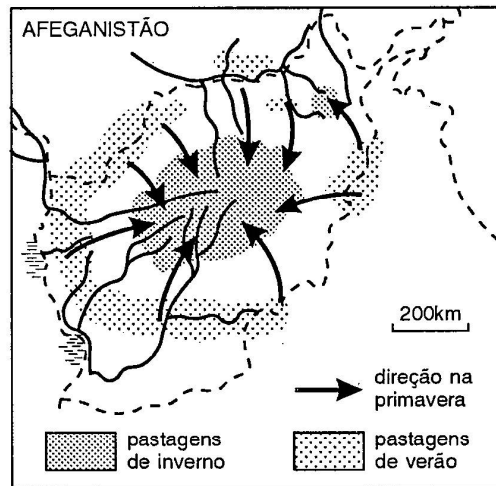
- 11** Identifique a área hachurada e dê suas características econômicas e geopolíticas.



Resolução

A área hachurada corresponde ao arquipélago vulcânico do Hawai, situado no Oceano Pacífico, cortado pelo Trópico de Câncer, em um ponto intermediário entre a América do Norte e a Ásia. É, oficialmente parte integrante do território dos Estados Unidos, do qual faz parte como 50º Estado. Tem grande importância econômica pois, além de produzir grande parte dos produtos tropicais consumidos pelos E.U.A. (frutas tropicais, cana-de-açúcar), também é um importante centro de atração do turismo internacional. Sua maior importância, porém, reside na sua posição estratégica para os E.U.A., sediando a frota americana do Pacífico e sendo um importante apoio logístico para todas as movimentações econômicas e bélicas do Pacífico Norte.

- 12** Correlacione a atividade econômica representada — pastoreio nômade — com as principais unidades do relevo.



Resolução

A área representada no mapa situa-se no Afeganistão, uma região intermediária entre o Oriente Médio e a Ásia de Monções, com um relevo bastante acidentado (predominando as montanhas em sua parte central) que representa os primeiros contrafortes ocidentais do Himalaia. Tal fato, aliado ao predomínio de uma população predominantemente dedicada ao setor primário de atividades, principalmente à pecuária nômade, favorece a **transumância**, um tipo sazonal de criação extensiva em que durante o inverno o gado permanece nas partes mais baixas, pois as montanhas estão cobertas de neve e na primavera, com o degelo e a conseqüente brota de gramíneas, os rebanhos são conduzidos para as montanhas, onde permanecem durante todo o verão.

MATEMÁTICA

01 Quantas faces tem um poliedro convexo com 6 vértices e 9 arestas? Desenhe um poliedro que satisfaça essas condições.

Resolução

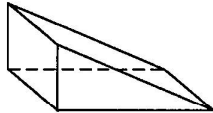
Sendo V o número de vértices, A o número de arestas e F o número de faces do poliedro convexo.

Assim: $V = 6$ e $A = 9$

Como $V - A + F = 2$ (relação de Euler), temos:

$$6 - 9 + F = 2 \Rightarrow F = 5$$

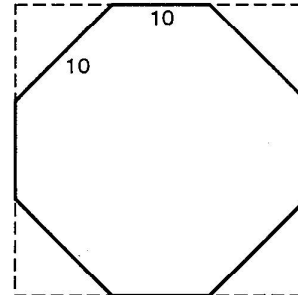
Resposta: O poliedro tem 5 faces e um poliedro possível é:



$$h_{lim} = \lim_{t \rightarrow +\infty} \left(10 - \frac{100}{10 + t} \right) \Rightarrow h_{lim} = 10 \text{ m}$$

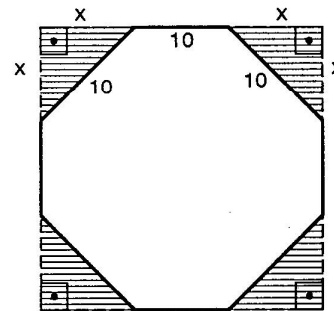
Resposta: a) 5 m; b) próxima de 10 m.

04 Cortando-se os cantos de um quadrado como mostra a figura obtém-se um octógono regular de lados iguais a 10 cm.



- a) Qual a área total dos quatro triângulos cortados?
- b) Calcule a área do octógono.

Resolução



a) Pelo Teorema de Pitágoras, nos triângulos hachurados, temos:

$$x^2 + x^2 = 10^2 \Rightarrow x = 5\sqrt{2} \text{ cm}$$

$$A_{cantos} = 4 \cdot A_{triângulo} \Rightarrow A = 4 \cdot \left(\frac{x \cdot x}{2} \right) \Rightarrow$$

$$A = 2x^2 \Rightarrow A = 2 \cdot (5\sqrt{2})^2 \Rightarrow A = 100 \text{ cm}^2$$

b) $A = A_{quadrado} - A_{cantos}$

$$A = (10 + 2x)^2 - 100 \Rightarrow A = (10 + 10\sqrt{2})^2 - 100 \Rightarrow$$

$$A = 200(\sqrt{2} + 1) \text{ cm}^2$$

Resposta: a) 100 cm²; b) 200(√2 + 1) cm²

02 Duas pessoas A e B disputam 100 partidas de um jogo. Cada vez que A vence uma partida, recebe 20 cruzados de B e cada vez que B vence, recebe 30 cruzados de A.

- a) Qual o prejuízo de A se vencer 51 e perder 49 partidas?
- b) Quantas partidas A deverá ganhar para ter lucro?

Resolução

a) Valor que A recebe = $51 \cdot 20 = 1.020$ cruzados

Valor que A paga = $49 \cdot 30 = 1.470$ cruzados

Prejuízo de A = $1.470 - 1.020 = 450$ cruzados

b) Em 100 partidas, podemos escrever:

número de vitórias de A = x

valor que A recebe = $x \cdot 20$

número de derrotas de A = $100 - x$

valor que A paga = $(100 - x) \cdot 30$

Para que A tenha lucros, devemos ter:

$$x \cdot 20 > (100 - x) \cdot 30 \Rightarrow x > 60$$

Resposta: a) 450 cruzados; b) no mínimo 61 partidas.

03 A altura de uma árvore, em metros, é dada pela fórmula

$$h = 10 - \frac{100}{10 + t}$$

onde t é a idade em anos.

- a) Qual a altura da árvore aos 10 anos de idade?
- b) Qual a altura máxima que a árvore pode atingir?

Resolução

a) $h = 10 - \frac{100}{10 + t}$

Para $t = 10$, temos:

$$h = 10 - \frac{100}{10 + 10} \Rightarrow h = 5$$

b) A altura limite, teoricamente, é dada por:

05 Um certo tipo de aplicação duplica o capital em dois meses.

- a) Qual a taxa mensal de juros?
- b) Em quantos meses a aplicação renderá 700% de juros?

Resolução

Sejam:

V , o capital aplicado e $f = 1 + \frac{t}{100}$, o fator multiplicador do capital, onde t é a taxa mensal de juros.

a) $f^2 \cdot V = 2 \cdot V \Rightarrow f^2 = 2 \Rightarrow f \approx 1,41 \Rightarrow$

$\Rightarrow 1 + \frac{t}{100} = 1,41 \Rightarrow t \approx 41\%$

b) $f^n \cdot V = \left(1 + \frac{700}{100}\right) \cdot V \Rightarrow f^n = 8 \Rightarrow (f^2)^{n/2} = 8 \Rightarrow$

$\Rightarrow 2^{n/2} = 2^3 \Rightarrow \frac{n}{2} = 3 \Rightarrow n = 6$

Resposta: a) Aproximadamente 41%; b) 6 meses

06 Um fichário tem 25 fichas, etiquetadas de 11 a 35.

a) Retirando-se uma ficha ao acaso, qual probabilidade é maior: de ter etiqueta par ou ímpar? Por quê?

b) Retirando-se ao acaso duas fichas diferentes, calcule a probabilidade de que suas etiquetas tenham números consecutivos.

Resolução

a) 25 fichas $\begin{cases} 12 \text{ fichas com número par} \\ 13 \text{ fichas com número ímpar} \end{cases}$

$P(\text{par}) = \frac{12}{25}$ e $P(\text{ímpar}) = \frac{13}{25}$

$\therefore P(\text{ímpar}) > P(\text{par})$

b) Sendo E o espaço amostral e A o evento citado, temos:

$n(E) = C_{25,2} \Rightarrow n(E) = \frac{25!}{2!23!} \Rightarrow n(E) = 300$

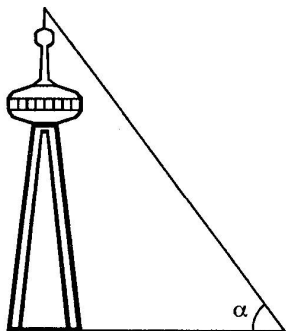
$A = \{\{11,12\}, \{12,13\}, \dots, \{34,35\}\} \Rightarrow n(A) = 24$

$P(A) = \frac{n(A)}{n(E)} \Rightarrow P(A) = \frac{24}{300} \Rightarrow P(A) = \frac{2}{25} \Rightarrow$

$\Rightarrow P(A) = 0,08 \Rightarrow P(A) = 8\%$

Resposta: a) De ter etiqueta ímpar; b) 8%

07 A uma distância de 40 m, uma torre é vista sob um ângulo α , como mostra a figura.



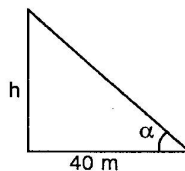
x	sen x°	cos x°	x	sen x°	cos x°
10	0,174	0,985	21	0,358	0,934
11	0,191	0,982	22	0,375	0,927
12	0,208	0,978	23	0,391	0,921
13	0,225	0,974	24	0,407	0,914
14	0,242	0,970	25	0,423	0,906
15	0,259	0,966	26	0,438	0,899
16	0,276	0,961	27	0,454	0,891
17	0,292	0,956	28	0,470	0,883
18	0,309	0,951	29	0,485	0,875
19	0,326	0,946	30	0,500	0,866
20	0,342	0,940			

a) Usando a tabela acima determine a altura da torre, supondo $\alpha = 20^\circ$. Efetue os cálculos.

b) Se o ângulo α valesse 40° , como se poderia calcular a altura usando os dados da tabela? Indique os cálculos.

Resolução

Supondo a torre perpendicular ao plano do chão, temos:



$\text{tg } \alpha = \frac{h}{40} \Rightarrow$

$h = 40 \cdot \text{tg } \alpha$ (metros)

a) $\alpha = 20^\circ$

$\text{tg } 20^\circ = \frac{\text{sen } 20^\circ}{\text{cos } 20^\circ} \Rightarrow \text{tg } 20^\circ = \frac{0,342}{0,940} \Rightarrow \text{tg } 20^\circ \approx 0,364$

Assim: $h \approx 40 \cdot 0,364 \Rightarrow h = 14,56$ m

b) $\alpha = 40^\circ$

Como $\text{tg } 2x = \frac{2 \text{tg } x}{1 - \text{tg}^2 x}$, podemos pôr:

$\text{tg } 40^\circ = \frac{2 \text{tg } 20^\circ}{1 - \text{tg}^2 20^\circ} \Rightarrow \text{tg } 40^\circ \approx \frac{2 \cdot 0,364}{1 - 0,364^2} \Rightarrow$

$\Rightarrow \text{tg } 40^\circ \approx 0,839$

Assim: $h \approx 40 \cdot 0,839 \Rightarrow h \approx 33,56$ m

Obs: $\text{tg } 40^\circ = \text{tg } (10^\circ + 30^\circ) = \text{tg } (11^\circ + 29^\circ) = \dots$

$\dots = \text{tg } (20^\circ + 20^\circ)$ e $\text{tg } (A + B) = \frac{\text{tg } A + \text{tg } B}{1 - \text{tg } A \cdot \text{tg } B}$

$\text{tg } A = \frac{\text{sen } A}{\text{cos } A}$ e $\text{tg } B = \frac{\text{sen } B}{\text{cos } B}$

Assim, com a tabela fornecida, existem vários cálculos que permitem determinar o valor de $\text{tg } 40^\circ$.

Resposta: a) Aproximadamente 14,56 m; b) Resolução

08

a) Se $x + \frac{1}{x} = b$, calcule $x^2 + \frac{1}{x^2}$.

b) Resolva a equação:

$x^2 - 5x + 8 - \frac{5}{x} + \frac{1}{x^2} = 0$

Resolução

a) $x + \frac{1}{x} = b \Rightarrow \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = b^2 \Rightarrow$

$x^2 + 2x \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = b^2 \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = b^2 - 2$

b) $x^2 - 5x + 8 - \frac{5}{x} + \frac{1}{x^2} = 0 \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} - 5\left(x + \frac{1}{x}\right) + 8 = 0$

Fazendo $x + \frac{1}{x} = b$, temos:

$(b^2 - 2) - 5 \cdot b + 8 = 0 \Rightarrow b^2 - 5b + 6 = 0 \Rightarrow$

$b = 2$ ou $b = 3$

Como $b = x + \frac{1}{x}$, temos:

$x + \frac{1}{x} = 2 \Rightarrow x = 1$

ou $x + \frac{1}{x} = 3 \Rightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$

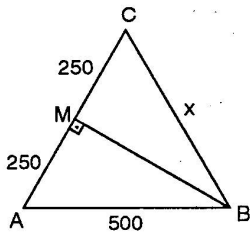
$S = \left\{1, \frac{3 - \sqrt{5}}{2}, \frac{3 + \sqrt{5}}{2}\right\}$

Resposta: a) $b^2 - 2$; b) $S = \left\{1, \frac{3 - \sqrt{5}}{2}, \frac{3 + \sqrt{5}}{2}\right\}$

09 Um avião levanta vôo para ir da cidade A à cidade B, situada a 500 km de distância. Depois de voar 250 km em linha reta, o piloto descobre que a rota está errada e, para corrigi-la, ele altera a direção de vôo de um ângulo de 90°.

Se a rota não tivesse sido corrigida, a que distância ele estaria de B após ter voado os 500 km previstos?

Resolução



AC: rota errada
C: posição errada da cidade B
M: ponto de correção da rota

$$\left. \begin{aligned} AM = MC = 250 \text{ km} \\ BM \text{ é lado comum} \\ \hat{A}MB = \hat{C}MB \end{aligned} \right\} \Rightarrow \Delta AMB \cong \Delta CMB \text{ (caso LAL)}$$

Assim: $\overline{CB} \cong \overline{AB} \Rightarrow x = 500 \text{ km}$
Resposta: 500 km

10

- a) Calcule a área do triângulo formado pela reta $r: y - \frac{1}{a} = m(x - a)$ e pelos eixos coordenados.
b) Quanto vale essa área quando a reta r é tangente ao gráfico da função $y = \frac{1}{x} (x > 0)$.

Resolução

a) Sendo $P(p,0)$ e $Q(0,q)$ os interceptos da reta

$$y - \frac{1}{a} = m(x - a), \text{ temos: } p = \frac{ma^2 - 1}{am} \text{ e } q = \frac{1 - ma^2}{a}$$

$$A = \frac{|p \cdot q|}{2} \Rightarrow A = \frac{1}{2} \cdot \left| \left(\frac{ma^2 - 1}{am} \right) \left(\frac{1 - ma^2}{a} \right) \right| \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A = \frac{(ma^2 - 1)^2}{2a^2 \cdot |m|}$$

b) Sendo $f(x) = \frac{1}{x}$, então $f'(x) = \frac{-1}{x^2}$

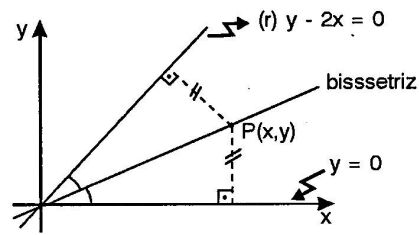
O coeficiente angular da reta tangente à curva $y = \frac{1}{x}$ no ponto $(a, \frac{1}{a}), a > 0$ é: $m = f'(a) = \frac{-1}{a^2}$

Assim: $A = \frac{\left(\frac{-1}{a^2} \cdot a^2 - 1 \right)^2}{2 \cdot a^2 \cdot \left| \frac{-1}{a^2} \right|} \Rightarrow A = 2$

Resposta: a) $\frac{(ma^2 - 1)^2}{2a^2 \cdot |m|}$; b) 2

11 Determine a equação da reta bissetriz do ângulo agudo que a reta $y = 2x$ forma com o eixo x .

Resolução



Como a bissetriz é o lugar geométrico dos pontos equidistantes às retas dadas, podemos pôr:

$$d_{p,r} = d_{p,0x}$$

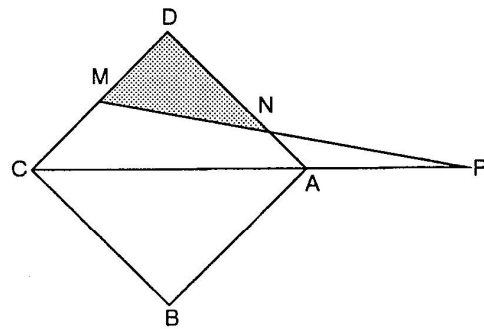
Assim: $\frac{|1y - 2x + 0|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2}} = \frac{|1y + 0x + 0|}{\sqrt{0^2 + 1^2}} \Rightarrow y = \frac{2}{1 \pm \sqrt{5}} x$

Como queremos a equação da bissetriz do ângulo agudo, o coeficiente angular desta é positivo, assim a equação é

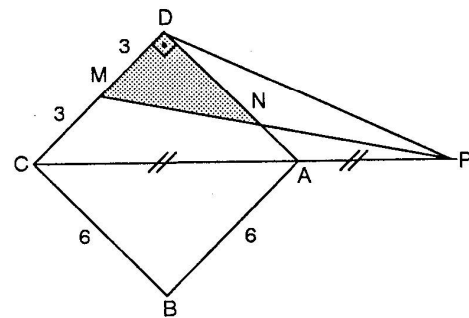
$$y = \frac{2}{1 + \sqrt{5}} x$$

Resposta: $y = \frac{2}{1 + \sqrt{5}} x$

12 Na figura, ABCD é um quadrado de 6 cm de lado, M é o ponto médio de lado DC e A é o ponto médio de PC. Calcule a área do triângulo MDN.



Resolução



No ΔPDC , N é baricentro pois M é o ponto médio do lado DC e A é o ponto médio do lado PC, assim:

$$DN = \frac{2}{3} \cdot AD \Rightarrow DN = \frac{2}{3} \cdot 6 \Rightarrow DN = 4$$

A área do triângulo retângulo MDN é dada por:

$$A = \frac{DM \cdot DN}{2} \Rightarrow A = \frac{3 \cdot 4}{2} \Rightarrow A = 6 \text{ cm}^2$$

Cortesia: Resoluções MED Vestibulares

Geografia: Antônio Cavenaghi e Carlos Alberto Regalo
Matemática: Arnaldo William Pinto e Francisco C. de Souza