

Prova de Matemática - Escola Naval - 96/97

01. Se $x \in [0, 2\pi]$, o nº de soluções da equação

$$\sin^1 x + \sin^2 x \cos^2 x - 2 \sin^2 x + 1 = \det \begin{bmatrix} \cos x & \sin^2 x & 1 \\ \cos x & \sin x & 0 \\ \cos x & 1 & 1 \end{bmatrix} \text{ é:}$$

- a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 6

02. Para que o sistema

$$\begin{cases} 3x + 2y = 4m + 4 \\ 2x - (p + 3)y = -1 \end{cases} \text{ seja impossível deve - se ter}$$

- a) $m = -11/8$ e $p = 13/3$ b) $p \neq -13/3$ e $m = -11/8$
 c) $p \neq -13/3$ e $m \in]-2, -1[$ d) $m \neq -11/8$ e $p \in]-5, -3[$
 e) $m = -11/8$ e $p \in]-5, 4[$

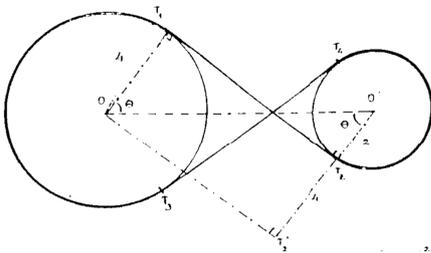
03. O valor de $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x+1) - \sin x}{\sin^2 x}$ é:

- a) $-\infty$ b) $-\frac{1}{2}$ c) 0 d) $\frac{1}{2}$ e) não existente

04. A derivada de $y = \frac{1}{2} \operatorname{tg}^2 x + \ln(\cos x)$ é:

- a) $\sec^2 x - \operatorname{tg} x$ b) $\frac{\cos x - 1}{\cos^2 x}$ c) $\operatorname{tg}^3 x$ d) $\frac{\sin x - \cos^2 x}{\cos^3 x}$ e) 0

05. Na figura abaixo, o raio da roda menor mede 2 cm, o raio da roda maior 4 cm e a distância entre os centros das duas rodas mede 12 cm. O comprimento da corrente, que envolve as duas rodas é, em cm.



- a) $8\pi + 12\sqrt{3}$ b) $8 + 21\sqrt{3} + 8\sqrt{5}$
 c) $8\pi + 8\sqrt{5}$ d) 56π e) $36\pi + 2\sqrt{5}$

06. Dois vetores \vec{u} e \vec{v} são unitários e formam um ângulo de 30° .

O módulo do vetor soma $(\vec{u} + \vec{v})$ é:

- a) $\sqrt{2 + \sqrt{3}}$ b) $\sqrt{6}$ c) $2\sqrt{3}$ d) $\sqrt{3} + 2$ e) $3 + \sqrt{2}$

07. Um grupo de trabalho na Marinha do Brasil deve ser composto por 20 oficiais distribuídos entre o Corpo da Armada, Corpo de Intendentes e Corpo de Fuzileiros Navais. O número de diferentes composições onde figure pelo menos dois oficiais de cada corpo é igual a:

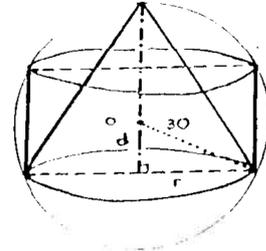
- a) 120 b) 100 c) 60 d) 29 e) 20

08. Sejam $a, b \in \mathbb{R}$ tal que $P(x) = 2x^3 - 3x^2 + ax + b$ e $P'(x)$. Sabendo-se que $P(x) + 3$ é divisível por $(x + 1)$ e $P'(x) - 5$ é divisível por $(x - 2)$ então $(a + b)$ é igual a:

- a) -14 b) -12 c) -10 d) -8 e) -6

09. Um plano secciona uma esfera de raio 30 cm, determinando um círculo que é base de um cilindro e também base de um cone de revolução inscritos nessa esfera. O cilindro e o cone estão situados

num mesmo semi-espaço em relação ao plano. Considerando que os volumes do cilindro e do cone são iguais. Qual a distância do centro da esfera ao plano, em cm?



- a) 18 b) 15 c) 12 d) 6 e) 4

10. A área total de uma pirâmide triangular regular é $36\sqrt{3} \text{ cm}^2$ e o raio do círculo inscrito na base mede 2cm. A altura da pirâmide é, em cm.

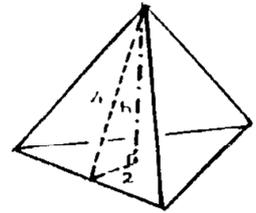
- a) $3\sqrt{12}$

- b) $2\sqrt{15}$

- c) $4\sqrt{3}$

- d) 4

- e) $2\sqrt{3}$

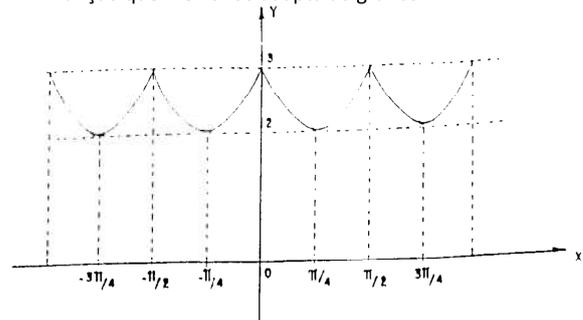


11. O gráfico da solução do sistema

$$\begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases} \text{ é, no } \mathbb{R}^2 \text{ e no } \mathbb{R}^3, \text{ respectivamente}$$

- a) um ponto e uma reta. b) uma reta e um plano.
 c) um ponto e um ponto d) um ponto e um plano
 e) inexistente e uma reta.

12. A função que melhor se adapta ao gráfico



é:

a) $y + \left| \sin \frac{x}{2} \right| = 3$ b) $y + \left| \sin \frac{x}{2} \right| = 3 + \frac{\sqrt{2}}{2}$

c) $y + \left| \cos 2x \right| = 4$ d) $y - \left| \sin \frac{x}{2} \right| = 3 - \frac{\sqrt{2}}{2}$

e) $y + \left| \sin 2x \right| = 3$

13. Sabendo-se que $\operatorname{tg} x = a$ e $\operatorname{tgy} = b$; pode-se reescrever

$$Z = \frac{\sin 2x + \sin 2y}{\sin 2x - \sin 2y} \text{ como}$$

- a) $\left(\frac{1-ab}{1+ab}\right) \cdot \left(\frac{a-b}{a+b}\right)$ b) $\left(\frac{1+ab}{1-ab}\right) \cdot \left(\frac{a-b}{a+b}\right)$
 c) $\left(\frac{1-ab}{1+ab}\right) \cdot \left(\frac{a+b}{a-b}\right)$ d) $\left(\frac{1+ab}{1-ab}\right) \cdot \left(\frac{a+b}{a-b}\right)$
 e) $\left(\frac{1+ab}{1-ab}\right) \cdot \left(\frac{a-b}{a+b}\right)$

14. O gráfico da relação $\left|\frac{x}{4}\right| + \left|\frac{y}{2}\right| < 1$ é a região do plano xy

- a) compreendida entre as retas $y = -\frac{1}{2}(x-4)$ e $y = -\frac{1}{2}(x+4)$
 b) interior ao retângulo de vértice (0,2) (0,-2) (-4,0) (4,0)
 c) interior do retângulo de vértice (-4,2) (-4,-2) (4,2) (4,-2)
 d) interior à eclipse de centro (0,0) com eixo menor \overline{CD} onde C(0,2) e D(0,-2)
 e) interior à circunferência centrada em (0,0) e raio 4

15. Dois trens se deslocam sobre trilhos paralelos, separados por $\frac{1}{4}$ km. A velocidade d primeiro é de 40 km/h e a do segundo 60 km/h, no mesmo sentido que o primeiro. O passageiro A do trem mais lento observa o passageiro B do trem mais rápido. A velocidade com que muda a distância entre eles quando A está a $\frac{1}{8}$ km à frente de B é em km/h.

- a) $\frac{20}{\sqrt{5}}$ b) $\sqrt{5}$ c) 0 d) $-\sqrt{5}$ e) $-\frac{20}{\sqrt{5}}$

16. Decomponham-se a fração $\frac{x+2}{x^3-x}$ em uma soma de frações cujos denominadores são polinômios do 1º grau, podemos afirmar que a soma dos numeradores destas frações é:

- a) -3 b) -2 c) -1 d) 0 e) 1

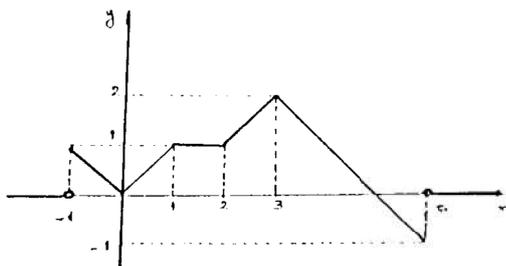
17. Um paralelepípedo retângulo de volume V tem dimensões inversamente proporcionais a A, B e C. A área total do paralelepípedo é:

- a) $2V(ABC)/(A+B+C)$ b) $V(A+B+C)/ABC$
 c) $\sqrt[3]{2V^2(A+B+C)}$ d) $\sqrt[3]{V(AB+AC+BC)}$
 e) $2(A+B+C)\sqrt[3]{\frac{V^2}{ABC}}$

18. O máximo absoluto e o mínimo absoluto da função real:

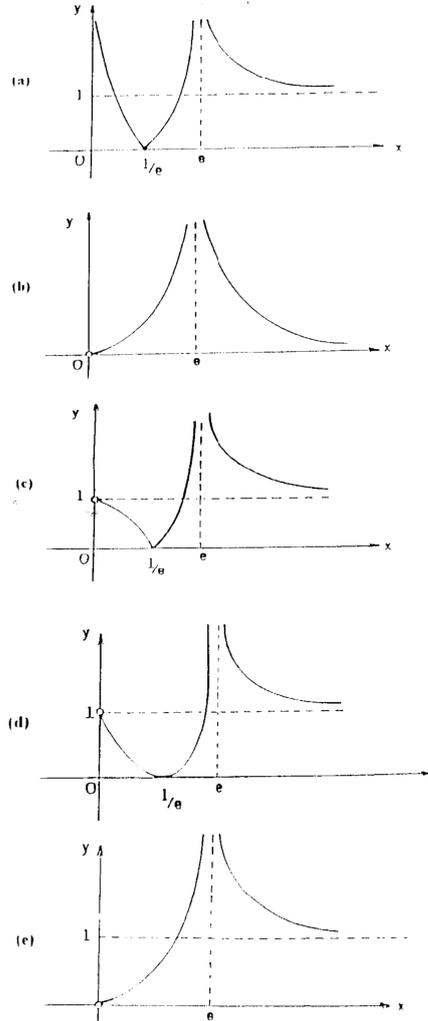
$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x > 6 \text{ ou } x < -1 \\ -|x-3|+2 & \text{se } 2 \leq x \leq 6 \\ 1 & \text{se } 1 < x < 2 \\ |x| & \text{se } -1 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

são, respectivamente:



- a) 2 e -1 b) 1 e -2 c) 1 e 0 d) 2 e 0 e) 3 e -2

19. O gráfico da função $f(x) = \frac{\ln x + 1}{\ln x - 1}$ é:



20. O valor de $\int_{-1/\pi}^{2/\pi} \frac{1}{x^2} \operatorname{sen}\left(\frac{x}{x}\right) dx$

- a) $\pi/3$ b) 1 c) $1/3$ d) $-1/3$ e) -1

21. O domínio da função real $f(x) = \frac{\sqrt{25-4x^2}}{\ln(x-2)}$ é um subconjunto de:

- a) $\left[-\frac{5}{2}, 2\right]$ b) $\left[1, \frac{9}{4}\right]$ c) $[2, 3]$ d) $\left[-\frac{5}{2}, 4\right]$ e) $\left[\frac{9}{4}, 3\right]$

22. As soluções da equação $(z-1+i)^4 = 1$ pertencem à curva:

- a) $x^2 - x + y^2 + y = 0$ b) $x^2 + y^2 - 2x + 2y + 1 = 0$
 c) $x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1 = 0$ d) $x^2 + y^2 = 1$
 e) $x^2 - x + y^2 - y = 0$

23. Coloque, na coluna da direita, V quando a afirmação é verdadeira e F quando é falsa.

- I - Se (a, b, c) é uma progressão aritmética então (a^2bc, ab^2c, abc^2) também é.
 II - O produto dos 17 primeiros termos da progressão geométrica $(3^8, -3^7, 3^6, \dots)$ é 1.

Prova de Matemática - Escola Naval - 96/97

III - Os pontos A(2, 2, 2), B(0, 1, 2), C(-1, 3, 3) e D(3, 0, 1) não são coplanares.

Lendo a coluna da direita de cima para baixo encontramos:

a) VVF b) VVV c) FFF d) FVF e) VVV

24. Se $x \in [0, 2\pi]$, o conjunto solução de

$$\frac{\sqrt{3}}{9} \leq \frac{\sec x - \cos x}{\operatorname{cosec} x - \operatorname{sen} x} < 1 \text{ é:}$$

a) $\{x \in \mathbb{R}: x \in [\pi/6, \pi/3[\cup [7\pi/6, 4\pi/3[\}$

b) $\{x \in \mathbb{R}: x \in [\pi/4, \pi/3[\cup [5\pi/4, 4\pi/3[\}$

c) $\{x \in \mathbb{R}: x \in [\pi/6, \pi/4[\cup [7\pi/6, 5\pi/4[\}$

d) $\{x \in \mathbb{R}: x \in [\pi/4, \pi/3[\cup [5\pi/4, 4\pi/3[\}$

e) $\{x \in \mathbb{R}: x \in [\pi/6, \pi/4[\cup [7\pi/6, 5\pi/4[\}$

25. Sejam $A = \begin{vmatrix} -1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 1 & 1 & -1 \end{vmatrix}$; $B = (b_{ij})_{3 \times 3}$ onde $b_{ij} = 2i - j$.

a) -31 b) -26 c) -21 d) -16 e) -11