MINISTÉRIO DA MARINHA
DIRETORIA DE ENSINO DA MARINHA
ESCOLA NAVAL

1993/1994
(Rosa)

CONCURSO DE ADMISSÃO À ESCOLA NAVAL - 1993

PROVA 1 - MATEMÁTICA

INSTRUÇÕES GERAIS

1 - Esta Prova é composta de um questionário, contendo 25 questões e valendo cem pontos.

2 - A duração total da Prova será de três horas, incluindo o tempo destinado ao preenchimento da Folha-Resposta.

3 - Tenha cuidado ao marcar a Folha-Resposta. Cubra toda a quadrícula usando lápis preto nº 2. Caso precise, apague completamente a quadrícula.

4 - Marque somente uma alternativa para cada pergunta.

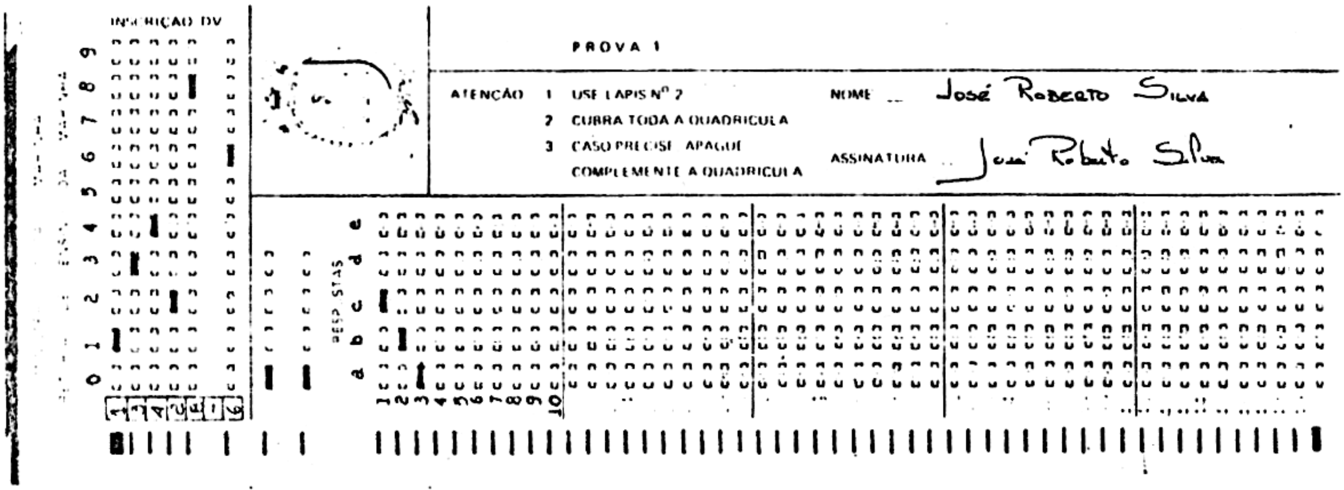
5 - Ao receber a sua Folha-Resposta, verifique se a cor e o número da Prova constantes da mesma correspondem aos desta Capa de Prova.

6 - Só comece a responder a Prova ao ser dada a ordem para iniciá-la, interrompendo a sua execução no momento em que for determinado.

7 - Iniciada a Prova, só será permitido dirigir-se ao Fiscal em caso de problema de saúde ou ocorrência grave que impossibilite a sua realização.

8 - Para rascunho, utilize o verso das folhas de questões e as duas folhas em branco que estão, em anexo, ao questionário.

9 - O candidato deverá cumprir, rigorosamente, as determinações constantes das "Instruções Gerais aos Candidatos", que serão lidas, obrigatoriamente, pelo Supervisor/Fiscal, antes do início da Prova.



1993/1994

1. O domínio da função $y_{f(x)} = \dfrac{-32x}{\sqrt{(1/3)^x - 243}}$ é

A) $(-\infty, -5)$

B) $(-\infty, 5)$

C) $(-5, \infty)$

D) $(5, \infty)$

E) $(-5, 5)$

$\left(\frac{1}{3}\right)^x - 243 > 0$

$3^{-x} > 243 = 3^5$

$-x > 5$

$x < -5$

2. Três circunferências de raios r, 2r e 3r são tais que, cada uma delas tangencia exteriormente as outras duas. O triângulo, cujos vértices são os centros dessas circunferências, tem área

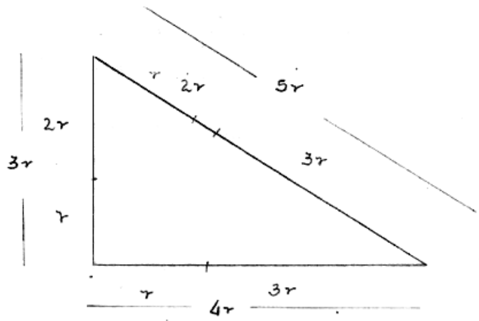
A) r^2

B) $\dfrac{\sqrt{3}}{2} r^2$

C) $4r^2$

D) $6r^2$

E) $12r^2$



$S = \frac{1}{\cancel{2}} 3r \cdot \overset{2}{\cancel{4}}r = 6r^2$

3. Os vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ são tais que $|\vec{u} + \vec{v}| = 10$ e $|\vec{u} - \vec{v}| = 4$. O produto escalar $\vec{u} \cdot \vec{v}$ vale

A) -1

B) $2\sqrt{5}$

C) 21

D) 29

E) 40

$|\vec{u} + \vec{v}|^2 = (\vec{u} + \vec{v})(\vec{u} + \vec{v})$

$= |\vec{u}|^2 + |\vec{v}|^2 - 2\vec{u}\vec{v} = 100$

$|\vec{u} - \vec{v}|^2 = (\vec{u} - \vec{v})(\vec{u} - \vec{v})$

$= |\vec{u}|^2 + |\vec{v}| - 2\vec{u}.\vec{v} = 16$

$(-) \rightarrow 4\vec{u}\vec{v} = 84$

$\vec{u}\vec{v} = 21$

4. A negação da proposição " $x \neq 3$ e $y < 2$ " é

A) " $x = 3$ e $y \geq 2$ "

B) " $x = 3$ e $y > 2$ "

~~C)~~ " $x = 3$ ou $y \geq 2$ "

D) " $x \neq 2$ e $y < 3$ "

E) " $x \neq 3$ ou $y < 2$ "

5. O número de soluções da equação $\cos^2(x + \pi) + \cos^2(x - \pi) = 1$, no intervalo $[0, 2\pi]$, é igual a

$(-\cos x)^2$ $(-\cos x)^2$

A) 1

B) 2

C) 3

D) 4

E) 5

$\rightarrow 2\cos^2 x = 1 \rightarrow \cos^2 x = \frac{1}{2}$

$\cos x = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\rightarrow x = k\pi \pm \frac{\pi}{4} \quad (k \in \mathbb{Z})$

$0 \leq x \leq 2\pi \rightarrow x \in \left\{ \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4} \right\}$

6. ABC é um triângulo e M é um ponto sobre o lado BC, tal que $\overline{MC} = 2\ \overline{BM}$.

A razão entre as áreas dos triângulos ABC e MAC é

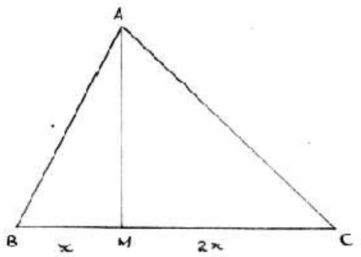
A) 4

B) 3

C) 2

D) $\frac{9}{4}$

E) $\frac{3}{2}$



$\frac{S_{ABC}}{S_{MAC}} = \frac{BC}{MC} = \frac{3x}{2x} = \frac{3}{2}$

7. $2x^4 - x^3 + mx^2 + 2n$ é divisível por $x^2 - x - 2$.

O valor de m.n é

A) -8

B) -10

C) -12

D) -14

E) -16

$P(x) = 2x^4 - x^3 + mx^2 + 2n$

$D(x) = x^2 - x - 2 \rightarrow = (x-2)(x+1)$

$P(2) = 0 \rightarrow 32 - 8 + 4m + 2n = 0$

$2m + n = -12$

$P(-1) = 0 \rightarrow 2 + 1 + m + 2n = 0$

$m + 2n = -3$

$2(1) - (2) \rightarrow 3m = -21 \quad m = -7 \; e \; n = 2$

8. Os lados de um paralelogramo medem 4 cm e 6 cm e uma de suas diagonais mede 8 cm. O comprimento da outra diagonal é

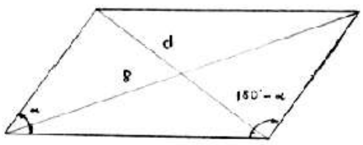
A) $2\sqrt{10}$ cm

B) 8 cm

C) 10 cm

D) $10\sqrt{2}$ cm

E) $2\sqrt{42}$ cm



$(+) \rightarrow d^2 + 64 = 2 \times 52$

$\rightarrow d^2 = 40$

$d = 2\sqrt{10}$

$d^2 = 36 + 16 - 2 \times 6 \times 4 \cos\alpha$

$64 = 36 + 16 - 2 \times 6 \times 4 \cos\underbrace{(180 - \alpha)}_{-\cos\alpha}$

9. O sistema de equações $\begin{cases} mx + y = 2 \\ x - y = m \\ x + y = 2 \end{cases}$ é impossível se e somente se

A) $m = 1$

B) $m = -2$

C) $m = 1$ ou $m = -2$

D) $m \neq -2$

E) $m \neq 1$ e $m \neq -2$

$\delta_s \begin{vmatrix} m & 1 & 2 \\ 1 & -1 & m \\ 1 & 1 & 2 \end{vmatrix} \neq 0$

$-2m + m + 2 - (-2 + m^2 + 2) \neq 0$

$m^2 + m - 2 \neq 0$

$m \neq -2$ e

$m \neq 1$

10. A, B e C são três pontos de uma circunferência de raio r, tais que B pertence ao menor dos arcos de extremidades A e C. $\overline{AB}$ e $\overline{BC}$ são iguais aos lados do quadrado e do hexágono regular inscritos na circunferência, respectivamente. A distância entre os pontos A e C é igual a

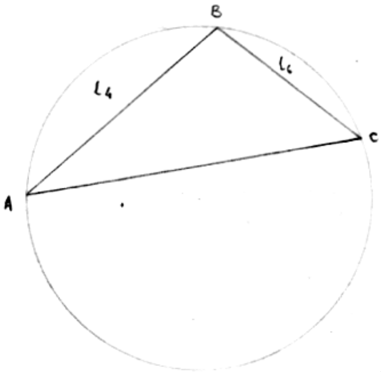
A) r

~~B~~) $r\sqrt{\sqrt{3}+2}$

C) $\frac{r}{2}(\sqrt{2}+1)$

D) $r\sqrt{\sqrt{5}}$

E) $r\frac{\sqrt{3}}{2}$



$AB = l_4 \rightarrow \widehat{AB} = 90°$

$\rightarrow \hat{C} = 45°$.

$BC = l_6 = r \rightarrow \widehat{BC} = 60°$

$\rightarrow \hat{A} = 30°$

$\rightarrow \hat{B} = 105°$

$\frac{AC}{sen\,105°} = \frac{BC}{sen\,30°} = 2r$

$AC = 2r\,\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4} = r\,\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}$

11. Uma tigela tem a forma de uma semi-esfera de raio 30 cm e se encontra sobre uma mesa. Uma gota d'água se encontra na borda da tigela e começa a escorrer externamente sobre ela com uma velocidade de 2,5 π cm/s. Após 2 segundos, a distância entre a gota d'água e a mesa é de

$\rightarrow \omega = \frac{2{,}5\,\pi}{30} = \frac{\pi}{12}\ rd\,s^{-1}$

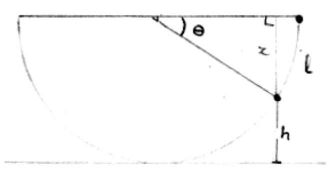
A) $15\sqrt{3}$ cm

~~B~~) 15 cm

C) 10 cm

D) $15\frac{\sqrt{3}}{2}$ cm

E) $\frac{30}{\pi}$ cm



$l = 30\,\theta$

$\underbrace{\frac{dl}{dt}}_{2{,}5\pi} = 30\,\underbrace{\frac{d\theta}{dt}}_{\omega}$

$t = 2 \rightarrow \theta = \frac{\pi}{6}$

$x = r\,sen\,\theta = 30 \cdot \frac{1}{2} = 15\,cm$

$h = r - x \rightarrow h = 15\,cm$

12. O conjunto-solução da inequação $\dfrac{x^4 - 1}{-x^4 + 3x^3 - 2x^2} \leq 0$ é

A) $(-\infty,-1] \cup (2,\infty)$

B) $(-\infty,-1] \cup (1,2)$

C) $(-\infty,-1) \cup (0,2)$

D) $(-\infty,-1) \cup (1,2)$

E) $(-\infty,-1] \cup (-1,0)$

$\dfrac{(x^2-1)(x^2+1)}{-x^2(x^2-3x+2)} \leqslant 0$

$\dfrac{(x^2+1)(x+1)\cancel{(x-1)}}{x^2(x-2)\cancel{(x-1)}} \geqslant 0$

$x \neq 1$

$x \neq 0$ $\rightarrow \dfrac{x+1}{x-2} \geqslant 0$. $x \leqslant 1$ ou $x \geqslant 2$

13. Os números de assíntotas horizontais distintas e verticais distintas da curva $y = \dfrac{3x}{x^2 - 2}$ são, respectivamente, iguais a

$\lim\limits_{x \to \pm\infty} y = 0$ — $y = 0$ é assintota horizontal

$x = \pm\sqrt{2}$ assintotas verticais

A) 0 e 2

B) 1 e 1

C) 1 e 2

D) 2 e 1

E) 2 e 2

14. Se $\log_\alpha x = n$ e $\log_\alpha y = 5n$, então $\log_\alpha \sqrt[4]{x^3 y}$ é igual a

A) $\dfrac{n}{4}$

~~B)~~ $2n$

C) $\dfrac{3n}{4}$

D) $3n$

E) $\dfrac{5n}{4}$

$\frac{1}{4} \log_\alpha x^3 y$

$\frac{1}{4} \log_\alpha x^3 + \frac{1}{4} \log_\alpha y$

$\frac{3}{4} n + \frac{1}{4} \cdot 5n$

$= 2n$

15. Um poliedro convexo possui 11 faces. Sabemos que, de um de seus vértices partem 5 arestas, de 5 outros vértices partem 4 arestas e de cada vértice restante partem 3 arestas. O número de arestas do poliedro é

$v_5 = 1$
$v_4 = 5$
$v_3 = ?$
$V = 6 + v_3$

$V + F = A + 2$
$A = V + F - 2$
$A = 6 + v_3 + 11 - 2$
$A = 15 + v_3$

$5v_5 + 4v_4 + 3v_3 = 2A$
$25 + 3v_3 = 2A$
$25 + 3v_3 = 2(15 + v_3) \rightarrow v_3 = 5 \quad A = 20$

A) 20

B) 25

C) 30

D) 37

E) 41

16. A menor distância entre um ponto da parábola $y = 1 - x^2$ e a origem é igual a

$d^2_{(P,O)} = x^2 + y^2$
$d^2_{(y)} = 1 - y - y^2$
$d^2_{MIN} = -\frac{\Delta}{4a} = \frac{1-4}{4} =$

A) 1

B) $\frac{1}{2}$

C) $\frac{1}{4}$

D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

E) $\frac{\sqrt{3}}{4}$

17. As imagens dos complexos z tais que $|z + 2\overline{z}| = 1$ formam uma

$z = x + yi \rightarrow \overline{z} = x - yi$
$z + 2\overline{z} = 3x - yi$
$|z + 2\overline{z}| = 1$
$9x^2 + y^2 = 1$

A) elípse.

B) hipérbole.

C) parábola.

D) circunferência.

E) reta.

18. Se $\frac{1}{b} + \frac{1-b}{b} + \frac{(1-b)^2}{b} + \ldots + \frac{(1-b)^n}{b} + \ldots = \frac{1}{b^2}$,

sobre o valor de b podemos afirmar que

Reitução : $|1-b| < 1 \Rightarrow |b-1| < 1 \rightarrow -1 < b-1 < 1 \rightarrow 0 < b < 2$

$\frac{\frac{1}{b}}{1-(1-b)} = \frac{1}{b^2}$ $\quad \frac{\frac{1}{b}}{b} = \frac{1}{b^2} \rightarrow \forall x \in \mathbb{R}^*$

A) $|b| = 1$

B) $b = 4$

C) $b \geq 2$

D) $b < 0$

~~E)~~ $0 < b < 2$

19. Um grupo de 8 jovens pretende sair para um passeio em dois carros (cada um com capacidade para 4 pessoas). Apenas 4 deles dirigem. O número de modos deles escolherem seus lugares nos dois carros é igual a

$\frac{4}{5}$ $\frac{6}{4}$ $\quad \frac{3}{2}$ $\frac{3}{1}$

$N = 4 \times 3 \times 6! = 8640$

A) 10 080

~~B)~~ 8 640

C) 4 320

D) 1 440

E) 720

20. Considere os conjuntos:

$$A_k = \{ (x,y) \in R^2 \mid (1+k)x + 2ky - 3 + k = 0 \}.$$

Então $A_1 \cap A_2 \cap A_3 \ldots$ é igual a

$(1+k)x + 2ky - 3 + k = 0$

$(x-3) + k(x + 2y + 1) = 0$

$x - 3 = 0$

$x + 2y + 1 = 0$

$(-) \rightarrow 2y + 4 = 0 \rightarrow y = -2$

$\rightarrow \bigcap_{k \in \mathbb{N}^*} A_k = \{(3,-2)\}$

A) $\emptyset$

B) $\{ (x,y) \in R^2 \mid x + y - 3 = 0 \}$

C) $\{ (x,y) \in R^2 \mid x = 3 \}$

D) $\{ (0,0) \}$

~~E)~~ $\{ (3,-2) \}$

21. Se $\dfrac{\text{sen } x - \text{sen } y}{\cos x - \cos y} = 2$ e $\text{tg } x = \dfrac{1}{3}$, então tg y é igual a

A) 3

B) $\dfrac{1}{6}$

C) 0

D) $-\dfrac{1}{6}$

E) -3

$$\frac{2\,\text{sen}\,\cancel{\frac{x-y}{2}}\,\cos\frac{x+y}{2}}{-2\,\text{sen}\,\frac{x+y}{2}\,\text{sen}\,\cancel{\frac{x-2}{2}}} = 2 \qquad tg\,\frac{x+y}{2} = -\frac{1}{2}$$

$$tg\,(x+y) = \frac{2\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)}{1-\left(-\frac{1}{2}\right)} = \frac{-1}{\frac{3}{4}} = -\frac{4}{3}$$

$$y = (x+y) - x$$

$$\to tg\,y = \frac{-\frac{4}{3}-\frac{1}{3}}{1+\left(-\frac{4}{3}\right)\frac{1}{3}} =$$

22. A equação da parábola cujo foco é o ponto (1,4) e cuja diretriz é a reta $y = 3$ é

A) $y = x^2 - 2x + 8$

B) $y = -x^2 + x - 8$

C) $y = \dfrac{x^2}{2} - x + 4$

D) $y = \dfrac{x^2}{2} - \dfrac{x}{2} + 2$

E) $x = y^2 - y + 4$

$$PF = \sqrt{(x-1)^2 + (y-4)^2}$$

$$d_{(P,S)} = |y-3|$$

$$PF^2 = d^2_{(P,S)}$$

$$x^2 - 2x + 1 + y^2 - 8y + 16 = y^2 - 6y + 9$$

$$x^2 - 2x + 8 = 2y$$

$$y = \frac{x^2}{2} - x + 4$$

23. O conjunto-solução de $\left| \dfrac{2x+1}{x-3} \right| > 3$ é

A) (8/5 , 3) U (3, ∞)

B) (3 , 10) U (10, ∞)

C) (-∞, 8/5) U (3, 10)

~~D)~~ (8/5 , 3) U (3, 10)

E) (8/5 , 3) U (10, ∞)

$|2x+1| > 3|x-3|$

$|2x+1| - 3|x-3| > 0$

$x < -\frac{1}{2}$ $\quad -2x - 1 + 3x - 9 > 0 \rightarrow x > 10 \rightarrow S_1 = \varnothing$

$-\frac{1}{2} \leq x < 3$ $\quad 2x + 1 + 3x - 9 > 0$

$5x > 8 \rightarrow S_2 = \left(\frac{8}{5}, 3\right)$

$x > 3$ $\quad 2x + 1 - 3x + 9 > 0$

$\rightarrow -x + 10 > 0 \rightarrow S_3 \left(3, 10\right)$

$S = \left(\frac{8}{5}, 3\right) \cup \left(3, 10\right)$

24. Duas seções feitas em uma esfera, por dois planos paralelos distantes 3 cm entre si, situam-se em hemisférios diferentes e têm raios iguais a 1 cm e 2 cm. O raio da esfera é igual a

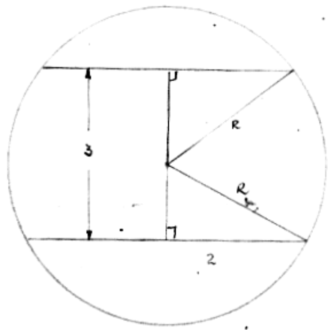
A) $2\sqrt{2}$ cm

B) $2\sqrt{3}$ cm

~~C)~~ $\sqrt{5}$ cm

D) 3 cm

E) $3\sqrt{2}$ cm



$R^2 = x^2 + 1$ $\quad (-) \rightarrow$

$R^2 = y^2 + 4$

$x^2 - y^2 = 3 \rightarrow$

$\underbrace{(x+y)}_{3}(x-y) = 3$

$x - y = 1 \quad x = 2$

$R = \sqrt{5}$

25. Se $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ e $C = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 2 & -1 & 0 \end{bmatrix}$,

o determinante da transposta da matriz 2A - BC vale

A) -4

~~B)~~ -2

C) 0

D) 2

E) 4

$BC = \begin{vmatrix} 2 & -3 & 2 \\ 2 & -2 & 1 \\ 2 & -1 & 0 \end{vmatrix}$

$2A - BC = \begin{vmatrix} 2 & 0 & 4 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 2 & -3 & 2 \\ 2 & -2 & 1 \\ 2 & -1 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 3 & 2 \\ -4 & 4 & -1 \\ -2 & 3 & 0 \end{vmatrix}$

$\det.(2A - BC) = 0 + 6 - 24 - (-16) = -2$