GRUPO IMPACTO
SISTEMA IMPACTO DE ENSINO

MATEMÁTICA

CONCURSO: ITA/EN

ANO: 1987

EN - ESCOLA NAVAL

..87

1. $e^{2\ln 3 - 3\ln 2}$ é igual a:

(A) 0 (B) 0,875
(C) 1 (D) 1,125
(E) 1,25

2. Sejam $A = \{x \in R \mid |x - 4| \leq 2\}$ e
$B = \{x \in R \mid x^2 - 14x + 40 < 0\}$.

A diferença A - B é igual a:

(A) $\{x \in R \mid 2 \leq x < 4\}$
(B) $\{x \in R \mid 2 \leq x \leq 4\}$
(C) $\{x \in R \mid 4 < x \leq 6\}$
(D) $\{x \in R \mid 6 < x < 10\}$
(E) $\{x \in R \mid 6 \leq x < 10$

$-2 \leq x - 4 \leq 2$
$2 \leq x \leq 6$
$4 < x < 10$
$A - B = 2 \leq x \leq 4$

3. Ações de certa companhia valorizaram-se 10% ao mês durante cinco meses consecutivos. Quem investiu nessas ações obteve, durante esses cinco meses, um lucro aproximadamente igual a:

(A) 40% (B) 50%
(C) 55% (D) 60%
(E) 70%

$1,1^5 = 1,61051 \to 60\%$

4. A distância do ponto (1, 0, 2) à reta

$$\frac{x-2}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-1}{6} \quad \text{vale:}$$

(A) $\frac{4}{7}$ (B) 1
(C) $\frac{\sqrt{35}}{7}$ (D) $\frac{\sqrt{82}}{7}$
(E) $\frac{\sqrt{105}}{7}$

$x = 2t+2$, $y = 3t$, $z = 6t+1$
$\vec{u} = (2,3,6)$
$H(2t+2, 3t, 6t+1)$
$\vec{PH}(2t+1, 3t, 6t-1)$
$\vec{PH} \cdot \vec{u} = 0 \to 4t+2+9t+36t-6 = 49t-4 = 0$
$t = \frac{4}{49}$

5. Uma parábola tem vértice na origem, eixo no eixo das abscissas e tangencia a circunferência de centro (6,0) e raio $2\sqrt{5}$. O parâmetro dessa parábola é:

(A) 1 (B) 2
(C) 4 (D) 10
(E) 20

$y^2 = 2px$
$(x-6)^2 + y^2 = 20$

6. O raio da circunferência:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 4y + 6z - 11 = 0 \\ 2x + 3y + 6z + 5 = 0 \end{cases} \quad \text{vale:}$$

(A) 1 (B) 2
(C) 3 (D) 4
(E) 5

7. Considere as matrizes: $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$

$$B = \begin{pmatrix} -0,5 & 0,5 & -0,5 \\ 1 & -0,5 & -0,5 \\ 0,5 & 1 & 0,5 \end{pmatrix}$$

e $C = -\begin{pmatrix} 1 \\ 9 \\ 3 \end{pmatrix}$

A matriz X tal que $(A^2 + 2B)X = C$ é:

(A) $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ (B) $\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$

(C) $\begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}$ (D) $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$

(E) $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

8. A soma das raízes da equação

$$x^5 - 8x^3 + 6x^2 + 7x - 6 = 0 \quad \text{vale:}$$

(A) -8 (B) $-\frac{8}{5}$

(C) 0 (D) $\frac{8}{5}$

(E) 8

9. Representemos por $\bar{z}$ o conjugado do número complexo z. A equação $z^3 = \bar{z}$:

0, 1, i, −1, −i

(A) possui uma única raiz.

(B) possui exatamente quatro raízes.

(C) tem o produto das suas raízes igual a 1.

(D) tem o produto das suas raízes igual a −1.

(E) tem a soma das suas raízes igual a 0.

10. A menor solução positiva da equação

$$\text{sen } 9x + \text{sen } 5x + 2 \text{ sen}^2 x = 1 \quad \text{é:}$$

(A) $\frac{\pi}{4}$ (B) $\frac{3\pi}{84}$

(C) $\frac{\pi}{42}$ (D) $\frac{\pi}{84}$

(E) $\frac{\pi}{294}$

11. O conjunto das soluções da inequação

$$\cos^4 x - 4\cos^3 x + 6\cos^2 x - 4\cos x + 1 \leq 0$$

é:

$(\cos x - 1)^4 \leq 0$

$\cos x = 1$

$x = 2k\pi$

(A) ϕ

(B) R

(C) $\{2k\pi \mid k \in Z\}$

(D) $\{k\pi \mid k \in Z\}$

(E) $\{(2k+1)\pi \mid k \in Z\}$

12. $\text{cotg}(\text{arc cotg}2 + \frac{5\pi}{6}) =$

$ctg(\alpha + \frac{5\pi}{6}) = \frac{1 - tg\alpha \, tg\frac{5\pi}{6}}{tg\alpha + tg\frac{5\pi}{6}}$

(A) $-8 - 5\sqrt{3}$

(B) $\frac{-8 - 5\sqrt{3}}{11}$

(C) $8 - 5\sqrt{3}$

(D) $2 - \frac{\sqrt{3}}{3}$

(E) $2 - \sqrt{3}$

$tg\frac{5\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{3}$

$ctg\alpha = 2$

$tg\alpha = \frac{1}{2}$

$\rightarrow ctg(\alpha + \frac{5\pi}{6}) = -8 - 5\sqrt{3}$

13. Os pontos A, B e C não são colineares. Quantas são as retas do plano ABC que equidistam dos pontos A, B e C?

(A) infinitas (B) nenhuma

(C) uma (D) duas

(E) três

14. A diferença entre as áreas das esferas circunscrita e inscrita em um cubo é a. A área do cubo vale:

$R = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ $r = \frac{a}{2}$ $4\pi \cdot \frac{a^2 \cdot 3}{4} - 4\pi \cdot \frac{a^2}{4} = a$

(A) $\frac{a}{\pi}$ (B) $\frac{3a}{\pi}$ $2\pi\ell^2 = a$

(C) $\frac{6a}{\pi}$ (D) πa

$S = 6\ell^2 = 6 \cdot \frac{a}{2\pi} = \frac{3a}{\pi}$

(E) 6a

15. Para x > 0, o valor mínimo de x^x é obtido para x igual a:

$(u^v)' = v u^{v-1} u' + u^v \cdot v' \cdot \ln u$

(A) $\frac{1}{10}$ (B) $\frac{1}{3}$ $x^x \neq 0$

(C) $\frac{1}{e}$ (D) $\frac{1}{2}$

$(x^x)' = x \cdot x^{x-1} + x^x \cdot \ln x = 0$ (mín.)

(E) 1

$x^x(1 + \ln x) = 0 \rightarrow \ln x = -1 \rightarrow x = 1/e$

16. $\lim\limits_{x \to 0} \frac{1 - \cos 2x}{x^2}$ vale:

$\frac{1 - (1 - 2sen^2 x)}{x \cdot x}$

(A) 4 (B) 2 $\frac{2 sen^2 x}{x^2}$

(C) 1 (D) $\frac{1}{2}$

(E) $\frac{1}{4}$

17. A área da região do 1º quadrante limitada pelas retas $y = \frac{x}{9}$ e $y = \frac{x}{4}$ e pela hipérbole $y = \frac{1}{x}$ vale:

(A) $\frac{1}{3}$ (B) $\ln 1{,}5$

(C) $1 + \ln 2$ (D) $2 + \ln 3$

(E) 4

18. A equação da reta que é tangente à curva $y = \frac{2x + 3}{x - 1}$ e que contém o ponto (3,2) é:

Deriva

(A) $y = -5x + 17$

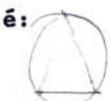
(B) $y = -4x + 14$ $y - y_0 = \frac{-5}{(x_0 - 1)^2}(x - x_0)$

(C) $y = -3x + 11$

(D) $y = -2x + 8$ se $x = 3$ e $y = 2$

(E) $y = -x + 5$ $\rightarrow x_0 = 2 \rightarrow y_0 = 7$

19. O volume do cone de revolução de volume máximo que pode ser inscrito em uma esfera de raio R é:



(A) $\frac{16\pi R^3}{81}$ (B) $\frac{\pi R^3}{3}$

$r = ?$

$h = ?$

(C) $\frac{32\pi R^3}{81}$ (D) $\frac{16\pi R^3}{27}$

$r = \frac{2R\sqrt{2}}{3}$

(E) $\frac{32\pi R^3}{27}$

Método Noguetta $H = \frac{4R}{3}$

$R = cte.$

20. Uma esfera de raio 2R está inscrita em um cone de revolução. Uma segunda esfera de raio R tangencia exteriormente a 1ª esfera e tangencia também todas as geratrizes do cone. Calcular o volume do cone.

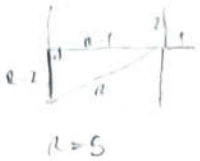
(A) $\frac{2}{3}\pi R^3$ $VO' = 3R$ $VH = 8R$ (B) $\frac{4}{3}\pi R^3$

(C) $\frac{16}{3}\pi R^3$ Semelhança (D) $\frac{32}{3}\pi R^3$

$H = 8R$

(E) $\frac{64}{3}\pi R^3$ $r^2 = 8R^2$

21. Traçam-se, por um mesmo ponto O, duas tangentes a uma circunferência, formando um ângulo de 90^{o}. Por um ponto do menor arco determinado por essas tangentes, traçam-se perpendiculares a essas tangentes, medindo 1 cm e 2 cm. O raio dessa circunferência, em centímetros, mede:

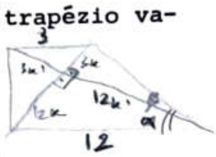


(A) 5 (B) 3
(C) $\sqrt{5}$ (D) $\sqrt{3}$
(E) $\sqrt{1,5}$

$R > \sqrt{2}$ $R = 5$

22. Em um trapézio retângulo, as diagonais são perpendiculares e as bases medem 3 cm e 12 cm.
A tangente do ângulo agudo do trapézio vale:

$\cos\alpha = \frac{12}{15k'} = \frac{12k'}{12} = k'$ $k' = \frac{2\sqrt{5}}{5}$ $\cos\alpha = \frac{2\sqrt{5}}{5}$ $tg\,\alpha = 1/2 = \frac{k}{k'}$



(A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{1}{3}$
(C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{2}{3}$
(E) $\frac{3}{4}$

$tg\,\beta = \frac{3k}{12k'} = \frac{1}{8}$ $\frac{\frac{1}{2}+\frac{1}{8}}{1-\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{8}} = \frac{\frac{10}{16}}{\frac{15}{16}} = \frac{10}{15} = 2/3$

23. Duas estações A e B, que distam entre si 6 km, estão ligadas por uma estrada de ferro de linha dupla. De cada uma das estações, partem trens de 3 em 3 minutos. Os trens trafegam uniformemente com velocidades iguais. Um pedestre percorre, com velocidade constante a estrada. No momento em que ele passa por A, vê um trem que parte para B e outro que chega de B. No momento em que o pedestre passa por B, vê um trem que parte para A e outro que chega de A. Contando com esses quatro trens com os quais se encontrou nas duas estações, o pedestre passou por 29 trens que seguiam no mesmo sentido que ele e por 33 que iam em sentido contrário.
A velocidade dos trens, em km/h, era:

(A) 60 (B) 70
(C) 80 (D) 90
(E) 100

As questões 24 e 25 dizem respeito à seguinte situação.
Um grupo de 8 cientistas trabalha num projeto altamente sigiloso, cujos planos são guardados em um armário. Eles desejam que o armário só possa ser aberto quando pelo menos 5 cientistas estiverem presentes. Para que isso aconteça, são instalados cadeados no armário e cada cientista recebe as chaves de alguns cadeados. Suponha que tenha sido instalada a menor quantidade possível de cadeados.

24. Quantos cadeados foram instalados?

(A) 8 (B) 28
(C) 56 (D) 64
(E) 70

Para cada 4 cient. uma chave a menos... $C_8^4 = \frac{8\cdot7\cdot6\cdot5}{4\cdot3\cdot2}$

25. Quantas chaves cada cientista recebeu?

(A) 2 (B) 4
(C) 21 (D) 32
(E) 35

Cada cientista completa a presença de 5 pessoas, C_7^4 vezes. Cada um tem
$\frac{7\cdot6\cdot5}{3\cdot2}$ = 35 chaves